



Open Archive Toulouse Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of some Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author's version published in: <https://oatao.univ-toulouse.fr/22995>

Official URL:

To cite this version :

Bidon, Stéphanie Diversité et traitements non-linéaires pour les récepteurs modernes. (2015) [HDR]

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator:
tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr



En vue de l'obtention de l'

HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

Délivré par *l'Institut National Polytechnique de Toulouse*

Présentée et soutenue par *Stéphanie Bidon*
Le 27 novembre 2015

Titre : *Diversité et traitements non linéaires pour les récepteurs modernes*

JURY

<i>M. DUFLOS Emmanuel</i>	<i>Professeur, École Centrale de Lille</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>Mme MARCOS Sylvie</i>	<i>Directrice de recherche CNRS, SUPELEC</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>M. OVARLEZ Jean-Philippe</i>	<i>Maître de recherche, ONERA</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>M. LARZABAL Pascal</i>	<i>Professeur, Université Paris-Saclay</i>	<i>Examineur</i>
<i>M. LE CHEVALIER François</i>	<i>Professeur, Université technologique de Delft / Thales</i>	<i>Examineur</i>
<i>M. BESSON Olivier</i>	<i>Professeur, ISAE</i>	<i>Examineur</i>
<i>M. TOURNERET Jean-Yves</i>	<i>Professeur, INP-ENSEEIH</i>	<i>Correspondant</i>
<i>M. McLAUGHLIN Steve</i>	<i>Professeur, Université Heriot-Watt d'Edinburgh</i>	<i>Membre invité</i>

Table des matières

I	Parcours et production scientifique	1
1	Curriculum vitæ abrégé	3
2	Spécificités des Écoles de la DGA	5
2.1	De l'ENSICA à l'ISAE-Supaéro	5
2.2	La recherche à l'ISAE-Supaéro	5
2.2.1	Quelques points clefs	5
2.2.2	Un soutien important : la DGA/MRIS	6
3	Activités d'enseignement	7
3.1	Enseignement pendant le doctorat	7
3.2	Enseignement après le doctorat	7
3.2.1	Responsabilités et enseignement de cours	7
3.2.1.1	Bases du traitement du signal	8
3.2.1.2	Cours plus avancés	8
3.2.2	Encadrement de projets longs <i>orientés</i> recherche	9
4	Responsabilités collectives	11
4.1	Responsabilités collectives à caractère pédagogique	11
4.2	Autres responsabilités collectives	11
5	Activités de recherche	12
5.1	Thématiques de recherche	12
5.2	Encadrement de jeunes chercheurs	14
5.2.1	Stagiaires	14
5.2.2	Postdoctorant	15
5.2.3	Doctorants	16
5.3	Insertion dans la communauté et diffusion scientifique	17
5.3.1	Le club STAP	17
5.3.2	Chapitre IEEE/AESS	17
5.3.3	Activité de relecteur	17
5.3.4	Participation à des comités techniques de conférence et animation de sessions	18
5.4	Collaborations et partenariats	18
5.4.1	Collaboration internationale	18
5.4.2	Partenariats industriels et institutionnels	18
5.5	Production scientifique	19

II Synthèse des travaux de recherche	23
6 Avant-propos	25
6.1 Mise en perspective des travaux	25
6.2 Données radar expérimentales de TU-Delft	26
6.3 Estimation Bayésienne	27
7 Traitement du signal pour des radars de détection à large bande	29
7.1 Introduction	29
7.1.1 Contexte et problématique	29
7.1.2 Contributions	30
7.2 Modèle du signal	31
7.2.1 Signature d'un point réfléchissant	31
7.2.1.1 Expression	31
7.2.1.2 Interprétation	32
7.2.2 Signal total reçu	34
7.3 Analyse spectrale	35
7.3.1 Sommation cohérente	35
7.3.1.1 Expression et limitation	35
7.3.1.2 Algorithme rapide	37
7.3.1.3 Fonction d'ambiguïté d'un radar large bande	39
7.3.2 Banc de filtres adaptatifs	41
7.3.2.1 Mise en forme du problème	41
7.3.2.2 W-APES et W-Capon	43
7.3.2.3 Itératif W-Capon	44
7.3.2.4 Résultats	45
7.3.3 Bilan	46
7.4 Représentation parcimonieuse Bayésienne	47
7.4.1 Mise en forme du problème	49
7.4.2 Représentation parcimonieuse en bruit blanc	52
7.4.2.1 Modèle hiérarchique Bayésien	52
7.4.2.2 Échantillonneur de Gibbs	55
7.4.2.3 Approximation variationnelle Bayésienne	57
7.4.2.4 Résultats	58
7.4.3 Représentation parcimonieuse en bruit coloré	63
7.4.3.1 Modèle hiérarchique Bayésien	63
7.4.3.2 Échantillonneur de Gibbs	65
7.4.3.3 Résultats	66
7.4.4 Robustification pour les cibles en chevauchement	69
7.4.4.1 Modèle hiérarchique Bayésien	70
7.4.4.2 Échantillonneur de Gibbs hybride	71
7.4.4.3 Résultats	73
7.4.5 Bilan	74
8 Poursuite robuste de la phase d'un signal GNSS multifréquence	77
8.1 Introduction	77
8.1.1 Contexte et problématique	77
8.1.2 Contributions	78
8.2 Boucles de poursuite PLL augmentées	78
8.2.1 PLL monofréquence et limitations	78
8.2.1.1 Réception du signal GNSS	78

8.2.1.2	Architecture d'une PLL	79
8.2.2	PLL monofréquence avec bloc de développement de phase	80
8.2.3	PLL multifréquence	82
8.2.3.1	PLL multifréquence décentralisée	83
8.2.3.2	PLL multifréquence centralisée	83
8.2.3.3	Résultats	84
8.2.4	Bilan	85
8.3	Filtrage Bayésien variationnel	85
8.3.1	Modèle du signal	85
8.3.1.1	Équation de mesure	86
8.3.1.2	Dynamique de phase	88
8.3.1.3	Hyperparamètres	88
8.3.2	Filtrage variationnel Bayésien restreint	88
8.3.2.1	Formulation du problème de filtrage Bayésien	88
8.3.2.2	Principe du filtrage avec approximation RVB	89
8.3.2.3	Estimateur RVB	90
8.3.3	Résultats	91
8.3.3.1	Performances de la méthode RVB	91
8.3.3.2	Comparaison du filtre RVB avec les PLL multifréquence	92
8.3.4	Bilan	94
8.4	Comparaison de modèles de signaux entre axes de recherche	95
9	Perspectives	96
9.1	Perspectives méthodologiques	96
9.1.1	Schémas de détection basés sur les représentations parcimonieuses Bayésiennes	96
9.1.1.1	Problème ouvert	96
9.1.1.2	Première solution de la littérature	97
9.1.1.3	Contribution possible	98
9.1.2	Robustification des schémas de représentation parcimonieuse Bayésienne	99
9.1.2.1	Problème ouvert et premières solutions	99
9.1.2.2	Contribution possible	100
9.2	Perspectives applicatives	101
9.2.1	Radar	101
9.2.2	GNSS	104
9.2.3	Évolution possible du radar	105
III	Annexe	107
	Bibliographie	109

Première partie

Parcours et production scientifique

Chapitre 1

Curriculum vitæ abrégé

État civil

<i>Nom, Prénom</i>	Bidon Stéphanie
<i>Date, lieu de naissance</i>	31/01/1981, Lyon 8ème
<i>Coordonnées professionnelles</i>	ISAE-Supaéro Département Électronique Optronique et Signal 10 avenue Édouard Belin 31055 Toulouse Cedex 4 +33 5 61 33 92 76 stephanie.bidon [at] isae-supaero [dot] fr

Expérience professionnelle

Depuis oct. 2008 **Enseignant-chercheur en traitement du signal**, *ISAE-Supaéro (Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace)*, Toulouse, Département Électronique Optronique et Signal (DEOS)

Titres

<i>depuis 2009</i>	Qualifiée aux fonctions de maître de conférences , Section 61
<i>2005-2008</i>	Docteur Signal, Image, Acoustique et Optimisation (SIAO) , <i>Institut National Polytechnique de Toulouse (INPT)</i> ◊ Prix de thèse Thalès 2009 ◊ Prix de thèse INPT Léopold Escande 2008
<i>2004-2005</i>	Master Recherche SIAO , <i>École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Constructions Aéronautiques (ENSICA)</i> , Toulouse, Mention bien Représentation et analyse des signaux, Traitements d'antennes, Traitement numérique du signal, Communications numériques
<i>2001-2004</i>	Ingénieur ENSICA , Toulouse, Label Pégasus
<i>3ème année</i>	Année Erasmus, Université de Stuttgart, Département Espace
<i>2ème année</i>	Options : estimation – radar – traitement du signal

Stages et expériences de recherche jusqu'au doctorat

Doctorat

<i>Sujet</i>	Estimation et détection en environnement non-homogène, Application au traitement spatio-temporel adaptatif (STAP)
<i>Date</i>	2005-2008 ; soutenue le 14 octobre 2008
<i>Financement</i>	Bourse DGA ; partenariat avec Thales Systèmes Aéroportés Élancourt
<i>Laboratoires</i>	IRIT (Institut de Recherche en Informatique de Toulouse), UMR 5505 SCANR (Signal, Communication, Antennes, Navigation et Radar)
<i>Encadrement</i>	Directeur Jean-Yves Tourneret (ENSEEIH/IRIT/TéSA) ¹ Co-directeur Olivier Besson (ISAE)
<i>Jury</i>	Président et rapporteur Philippe Loubaton, professeur à l'Université de Marne la Vallée Rapporteur Philippe Forster, professeur à l'Université Paris X Examineur Alfonso Farina, directeur scientifique SELEX Sistemi-Integrati Examineur François Le Chevalier, directeur scientifique Thales Examineur Jean-Luc Milin, expert DGA centre de Rennes Directeur Jean-Yves Tourneret, professeur à l'ENSEEIH Co-directeur Olivier Besson, professeur de rang équivalent ISAE
<i>Résumé</i>	La thèse porte sur la détection de cibles en milieu hétérogène (p. ex. réflexion du sol non-homogène) par un système radar aéroporté avec un réseau d'antennes. Afin d'améliorer l'estimation et la détection en milieu hétérogène, nous avons proposé : <ul style="list-style-type: none"> ◊ un modèle d'environnement hétérogène intégrant de la connaissance <i>a priori</i> sur la statistique du bruit de la case sous test (<i>Knowledge-Aided STAP</i>) ; ◊ des stratégies d'estimation de la matrice de covariance de la donnée primaire à l'aide de données secondaires hétérogènes (<i>Markov Chain Monte Carlo</i>) ; ◊ des schémas de détection (<i>Generalized Likelihood Ratio Test</i>) ; ◊ une stratégie de caractérisation du fouillis (échantillonneur de Gibbs hybride).

Stages

<i>Mars-Août 2005</i>	Stage Master Recherche , Alcatel Alenia Space, Toulouse Validation d'un mode utilisant les corrections du système d'augmentation EGNOS ; Développement de boucles de poursuite délai-phase (DLL/PLL) pour milieu <i>indoor</i>
<i>Mai-Sep. 2004</i>	Diplomarbeit (Projet de fin d'études), Université de Stuttgart, Département Espace Développement des algorithmes de commande et asservissement en azimuth et élévation d'une antenne de réception sol
<i>Juillet-Août 2003</i>	Stage orienté recherche en 2ème année du cycle ingénieur , ENSICA, Toulouse, Département Avionique et Systèmes Formation de faisceaux robuste à minimum de variance en présence d'incertitudes sur la réponse d'un réseau d'antennes

1. ENSEEIH (École Nationale Supérieure d'Électrotechnique, d'Électronique, d'Informatique, d'Hydraulique et des Télécommunications), TéSA (Télécommunications Spatiales et Aéronautiques)

Chapitre 2

Spécificités des Écoles de la DGA

La direction générale de l’armement (DGA) assure à ce jour la tutelle de quatre établissements de recherche et d’enseignement supérieur que sont l’École polytechnique, l’ENSTA ParisTech, l’ENSTA Bretagne, et l’ISAE-Supaéro. Pour bien comprendre mes activités d’enseignement et de recherche, il est utile de rappeler quelques points d’histoire sur la naissance de l’ISAE et de présenter succinctement la relation privilégiée qu’entretient l’Institut avec sa tutelle.

2.1 De l’ENSICA à l’ISAE-Supaéro

L’ENSICA a été créée à Paris en 1945 sous le nom d’ENTA (École Nationale des Travaux Aéronautiques) puis a été décentralisée en 1961 à Toulouse [312]. Avant sa disparition, l’école était structurée en plusieurs départements chacun assurant une fonction propre de recherche *et* de formation. Les départements scientifiques, représentés dans le schéma de la figure 2.1, étaient au nombre de quatre ; leurs spectres couvrant les différents domaines techniques de l’aéronautique.

En 2007, l’ENSICA se rapproche de sa consœur toulousaine l’ENSAE (communément appelée Supaéro) également sous tutelle du ministère de la Défense. L’ISAE est ainsi formé. À la naissance de l’institut, les deux sites géographiques toulousains ainsi que les formations propres à chaque école d’origine perdurent. En revanche, les départements de recherche de l’ENSICA fusionnent avec ceux de Supaéro. Cette restructuration de la recherche conduit à créer des entités propres à la formation : les unités de formation ENSICA en regard des unités de formation Supaéro.

Après la fusion des départements de recherche, c’est au tour des formations ingénieurs et des campus de connaître des changements. Pour marquer cette transformation finale, l’institut est rebaptisé ISAE-Supaéro. L’année 2014 voit ainsi le dernier recrutement sur la formation ENSICA alors que 2015 voit un recrutement ingénieur unique sur la formation Supaéro. Également, en 2015 s’achève le regroupement géographique. L’activité de l’institut est ainsi intégralement reportée sur le site de Supaéro réaménagé pour l’occasion.

2.2 La recherche à l’ISAE-Supaéro

2.2.1 Quelques points clefs

L’ISAE-Supaéro est un établissement public à caractère scientifique, culturel et professionnel - de type grand établissement. Voici quelques points clefs qui le caractérisent en termes de recherche :

- L’institut regroupe 7 équipes d’accueil doctorales comprises dans 6 écoles doctorales.
J’appartiens à l’équipe SCANR qui est rattachée à l’école doctorale MITT (Mathématiques Informatique et Télécommunications de Toulouse).

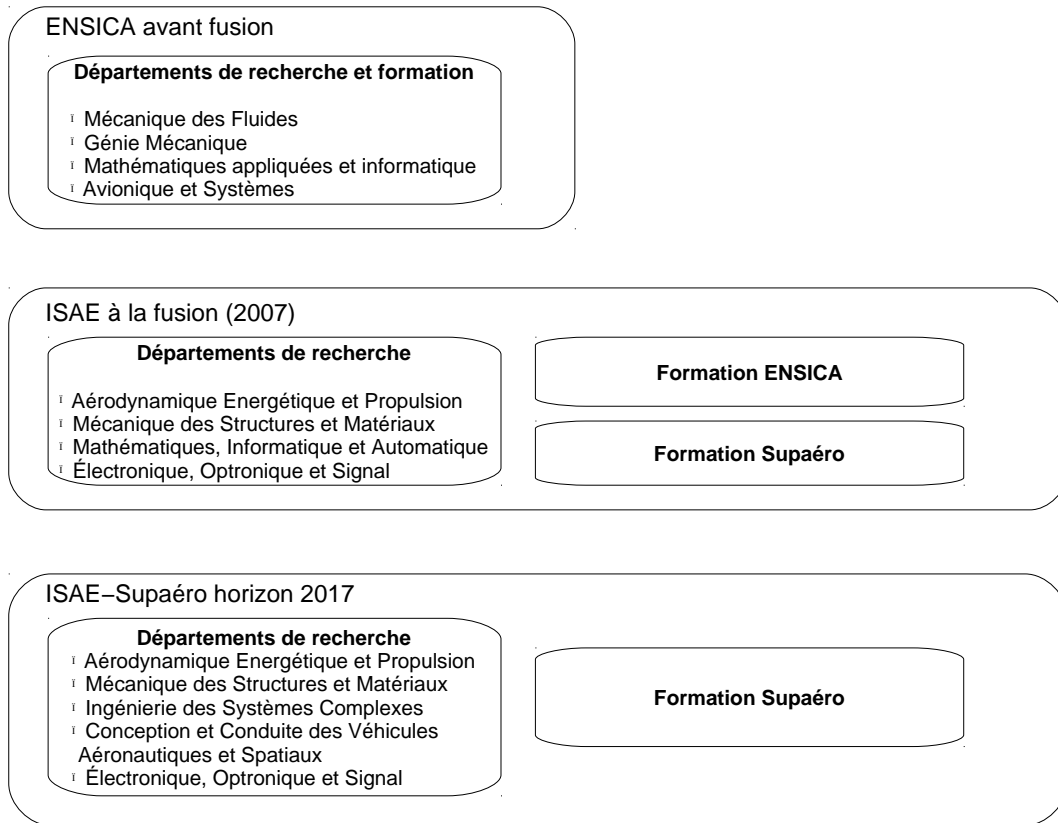


FIGURE 2.1 – Évolution de l’organisation des entités de recherche et formation ingénieur de l’ENSICA à l’ISAE-Supaéro. (Les formations masters, mastères spécialisés et doctorales ne sont pas représentées.)

- En 2007, le pôle de recherche et d’enseignement supérieur (PRES) “Université de Toulouse” est mis en place autour des 6 établissements fondateurs dont l’ISAE fait partie. Ce regroupement se traduit entre autres par la délivrance du doctorat de l’Université de Toulouse.
- De par sa tutelle, l’institut n’offre pas de système de monitorat à ses doctorants ; ceux-ci peuvent effectuer des vacations.
- Un enseignant-chercheur de l’institut ayant son habilitation à diriger des recherches (HDR) acquiert un statut de professeur de rang équivalent.

2.2.2 Un soutien important : la DGA/MRIS

La MRIS (Mission pour la Recherche et l’Innovation Scientifique) est une équipe de la DGA dont le but est de préparer l’avenir et de développer les technologies et les systèmes des Armées de demain. Plus particulièrement, la MRIS a en charge l’élaboration et la mise en place du document de politique et objectifs scientifiques de la DGA, le POS [311]. Elle dispose à ce titre de nombreux outils pour le soutien de la recherche académique et/ou industrielle. L’ISAE-Supaéro, étant sous tutelle DGA, bénéficie d’un dispositif supplémentaire de soutien tout comme les trois autres écoles citées plus haut. Il s’agit du financement de projets École relevant en général d’un niveau de maturité technologique dit de base. *Une partie des travaux présentés dans ce manuscrit doit beaucoup à la DGA et à ce dernier dispositif en particulier.*

Chapitre 3

Activités d'enseignement

3.1 Enseignement pendant le doctorat

J'ai dispensé des enseignements à l'ENSICA au département avionique et systèmes (DAS) puis à l'ISAE/campus ENSICA au sein de l'unité de formation avionique et systèmes (UFAS) d'octobre 2005 jusqu'à la fin de mon doctorat fin septembre 2008. Le système de monitorat n'existant pas au ministère de la Défense, tous ces enseignements ont été réalisés comme des *vacations* avec un total d'environ 180 heures comme détaillé dans le tableau 3.1. Ces cours ont été dispensés aux élèves en première et deuxième années du cycle ingénieur de la formation ENSICA sous les formes suivantes :

PC petite classe (cours magistral appliqué donné à une vingtaine d'étudiants) - 1,25 h ;

BE bureau d'études - 2,5 h ;

TP travaux pratiques - 2,5 h.

Les matières concernées ont permis de couvrir un ensemble assez large des fondamentaux du génie électrique et en particulier du traitement du signal (cf. tableau 3.1).

TABLE 3.1 – Matières enseignées sur la période doctorale octobre 2005–septembre 2008

Matière	Cycle	Type	Volume horaire	Année
Électronique	1A	TP-BE	12 h–10 h	oct. 2005–sep. 2008
Théorie du signal	1A	PC-BE-TP	7,5 h–11,25 h–5 h	oct. 2005–sep. 2008
Traitement numérique du signal	1A	PC-BE-TP	2,5 h–15 h–7,5 h	oct. 2005–sep. 2008
Matlab	1A	TP	60 h	oct. 2005–sep. 2008
Traitement du signal aléatoire	2A	PC-BE-TP	11,5 h–22 h–15 h	oct. 2005–sep. 2008
Total			179,25 h ETD	2005-2008

3.2 Enseignement après le doctorat

3.2.1 Responsabilités et enseignement de cours

Suite à mon doctorat, j'ai pu être embauchée en tant qu'enseignant-chercheur à l'ISAE et ainsi poursuivre et faire évoluer mes activités d'enseignement au sein de la même unité de formation. Je suis responsable (R) des cours suivants :

depuis oct. 2008 projet signal (P : projet) ;

depuis oct. 2008 traitement du signal aléatoire (6 CM¹, 2 PC, 3 BE, 1 TP, 1 examen écrit) ;

1. CM : Cours Magistraux

depuis oct. 2013 théorie de la détection (3 CM, 1 BE, 1 P).

J'ai également donné des cours pour des matières dont je ne suis pas le responsable pédagogique, par exemple pour des projets "classiques" dont le but est la mise en application directe des connaissances théoriques acquises en amont dans la formation.

En parallèle des cours dispensés aux élèves ingénieurs de la formation ENSICA, j'enseigne et suis responsable de cours pour la direction de formation master de l'ISAE, en particulier pour les DNM-AESS (DNM : Diplôme National de Master ; AESS : *Aeronautical and Space Systems*). Ces cours s'adressent à des étudiants ayant un profil plus universitaire et proviennent de différents pays. Les cours sont donc donnés en langue anglaise.

Depuis 2010, je dispense des cours pour les élèves ingénieurs de troisième année de l'ENAC (École Nationale de l'Aviation Civile) portant sur les techniques de traitement d'antennes. Ce cours est mutualisé depuis l'année scolaire 2013-2014 avec des élèves du DNM-GNSS (*Global Navigation Satellite System*) commun à l'ISAE et à l'ENAC.

Enfin de 2008 à 2011, j'ai dispensé des cours de formation continue EUROSAT sur le traitement d'antennes (3 heures par an).

L'ensemble des heures données en face à face avec les élèves sont récapitulées dans la [tableau 3.2](#). Un descriptif succinct des matières dont je suis responsable est donné ci-après.

3.2.1.1 Bases du traitement du signal

Mathematics : random variable Ce cours de tronc commun est dispensé aux élèves DNM-AESS de première année. Il consiste en des rappels sur les notions de probabilités, de définition d'une variable aléatoire et de relations statistiques possibles entre deux variables aléatoires.

Signal processing Ce cours de tronc commun est dispensé aux élèves DNM-AESS de première année. Il constitue une brève introduction au traitement du signal déterministe et aléatoire. Le cours met l'accent sur la notion de filtrage (convolution) et de représentation spectrale (transformée de Fourier). Les élèves sont également sensibilisés aux spécificités du traitement du signal numérique.

Projet signal Ce cours de tronc commun est dispensé aux élèves en première année du cycle ingénieur ENSICA. L'objectif du projet est double. Il vise tout d'abord à mettre en application des notions théoriques du traitement du signal déterministe vues dans des cours antérieurs (analyse spectrale par transformée de Fourier, filtrage numérique, théorème de Shannon). Le second objectif, étroitement lié au premier, est la maîtrise de base du logiciel MATLAB (MATrix LABoratory). Pour ce faire, il est demandé aux élèves de concevoir et réaliser sous ce logiciel un accordeur électronique de guitare.

Traitement du signal aléatoire Ce cours de tronc commun est dispensé aux élèves en deuxième année du cycle ingénieur ENSICA. Il consiste en une introduction aux processus aléatoires. Les concepts de base et les outils nécessaires à leur manipulation y sont introduits. Les points abordés pendant le cours sont 1) Définition, spécification statistique et caractérisation des processus aléatoires 2) Étude des signaux aléatoires stationnaires au second ordre (densité spectrales de puissance, transformation après filtrage linéaire) 3) Exemples de processus aléatoires (bruit blanc, processus Gaussiens).

3.2.1.2 Cours plus avancés

Traitement d'antennes/Array signal processing Ce cours de spécialisation est dispensé aux élèves ingénieur ENAC en troisième année et aux DNM-GNSS ISAE/ENAC en deuxième

année. Après une introduction au principe de formation de faisceaux et à ses applications dans divers domaines, l'accent est mis sur 1) la modélisation d'un signal reçu sur un réseau d'antennes 2) les algorithmes classiques de formation de faisceaux (non-adaptatifs, optimal, adaptatifs) 3) les algorithmes classiques de localisation. Une partie importante du cours est consacré à la mise en application du cours ; en particulier à la reproduction des résultats d'un article scientifique.

Théorie de la détection Ce cours de spécialisation est dispensé aux élèves de troisième année de la formation ENSICA. Il consiste en une introduction au principe de base de la détection de signaux déterministes. Après une présentation des notions générales de détection et d'applications dans divers domaines, l'accent est mis sur 1) la détection d'un signal déterministe connu dans du bruit Gaussien 2) la détection d'un signal déterministe de paramètres inconnus dans du bruit Gaussien. Le cours se finalise par un projet dans lequel les élèves font l'étude théorique d'un détecteur de la littérature, l'implémentent sous MATLAB et peuvent le tester sur signaux expérimentaux.

3.2.2 Encadrement de projets longs *orientés recherche*

Depuis 2008, j'encadre également en moyenne un groupe par an de 2 à 3 élèves sur un projet long en deuxième année de la formation ENSICA (150 h de travail pour un élève). Depuis 2009, je propose en particulier des sujets proches de mes thématiques de recherche pour sensibiliser et initier les élèves ingénieurs au travail de recherche dont :

- la recherche bibliographique ;
- la lecture d'articles scientifiques ;
- la reproduction d'une partie d'articles scientifiques ;
- la mise au propre des résultats.

Les projets encadrés ont porté jusqu'à présent sur :

- la détection de sources de bruit dans des cabines d'avions Airbus ;
- la détection radar de petits bateaux sur fouillis de mer ;
- la navigation par satellites :
 - l'estimation du rapport signal à densité spectrale de bruit ;
 - la poursuite de la phase de la porteuse.

TABLE 3.2 – Matières enseignées et suivi de stages étudiants d'octobre 2008 à mars 2015

Matière	Cycle	Type	Volume horaire	Année
Théorie du signal	1A ISAE/ENSICA	PC-BE	1,25 h-2,5 h	2008-2009
Traitement numérique du signal	1A ISAE/ENSICA	PC-BE	3,75 h-7,5 h	2008-2009
Projet signal (R)	1A ISAE/ENSICA	P	16,25 h/an	2008-2014
Projet avionique	1A ISAE/ENSICA	P	20 h (ETD)/an	2008-2010
Traitement du signal aléatoire (R)	2A ISAE/ENSICA	CM-PC-BE-TP	7,5 h-2,5 h-7,5 h-2,5 h/an	2008-2015
Projet d'initiative personnelle	1A ISAE/ENSICA	P	20 h (ETD)/an +20 h	2008-2014 2011-2012
Théorie de la détection (R)	3A ISAE/ENSICA	CM-BE-P	3,75 h-2,5 h-2,5 h	2013-2014
Suivi de stage long	3A ISAE/ENSICA	P	24 PFE \times 5 h (ETD)	2008-2014
Processus aléatoires	3A ISAE/SUPAERO	CM-BE	2,5 h-2,5 h	2011-2012
Mathematics (R)	1A ISAE/DNM-AESS	CM	5 h/an	2010-2014
Signal processing (non R)	1A ISAE/DNM-AESS	TP	7,5 h	2010-2011
Signal processing (R)		CM-PC-BE-TP	7,5 h-2,5 h-2,5 h-7,5 h/an	2011-2014
Projet de recherche	1A ISAE/DNM-AESS	P	12 h	2010-2011
Traitement d'antennes (R)	3A ENAC	CM-BE-P	10 h-2 h-8 h /an	2010-2013
Array signal processing (R)	+DNM-GNSS	CM-BE-P	10 h-4 h-14 h/an	2013-2015
Total			759.25 h ETD	2008-2015

Chapitre 4

Responsabilités collectives

4.1 Responsabilités collectives à caractère pédagogique

Suivi de stages en entreprise et laboratoire Aux responsabilités d'enseignement décrites plus haut, se greffe le suivi de stage long d'élèves de la formation ENSICA (trois à six élèves par an). Le but est à la fois de s'assurer du bon déroulement du stage mais également de faire connaître l'institut et d'identifier les points d'intérêt commun pouvant donner lieu à de futurs partenariats. Ce suivi se traduit pour certains stages par une visite sur site de l'industriel ou du laboratoire d'accueil.

Ingénierie pédagogique Je suis responsable de recruter, faire le planning et suivre les vacataires pour deux modules d'enseignement cités précédemment (traitement du signal aléatoire et projet signal). Ceci représente une quinzaine de personnes par an.

Responsabilité du tronc commun “Signaux et Systèmes” À partir d'octobre 2015, le recrutement sur la formation ENSICA ferme et parallèlement la formation ingénieur Supaéro est restructurée. Ceci implique de nouvelles responsabilités pour les enseignants-chercheurs de l'institut. Depuis fin 2014, je suis ainsi responsable dans ce nouveau cursus de l'ensemble des cours du tronc commun scientifique portant sur le génie électrique. Les missions associées sont la coordination des contenus, l'animation, la cohésion pédagogique, et l'encadrement des élèves.

4.2 Autres responsabilités collectives

Jury d'admis sur titre De 2011 à 2014, j'ai participé aux jurys d'admission sur titre d'étudiants de la formation ENSICA en première ou seconde année.

Groupe de travail Depuis 2008, j'ai participé à deux groupes de travail : l'un portant sur la redéfinition du format des soutenances des stages longs de la formation ENSICA et l'autre sur la redéfinition du projet long de la deuxième année ENSICA.

Chapitre 5

Activités de recherche

5.1 Thématiques de recherche

Depuis le doctorat, mes travaux de recherche ont porté essentiellement sur des problèmes d'estimation d'un signal d'intérêt noyé dans du bruit. Les domaines d'application visés sont majoritairement le radar, mais aussi le GNSS (*Global Navigation Satellite System*) et l'imagerie ultrasonore. L'ensemble des travaux menés peut se classer suivant les thèmes suivants :

- Les traitements adaptatifs multivoies en milieu incertain
- Le traitement du signal pour des radars de détection à large bande instantanée
 - thèses de François Deudon et Marie Lasserre
- La poursuite robuste de la phase d'un signal GNSS multifréquence
 - thèse de Sébastien Roche
- La déconvolution robuste en imagerie ultrasonore
 - thèse de Renaud Morin

Naturellement, ces thèmes ne sont pas hermétiques entre eux et un certain nombre d'outils et concepts ont été utilisés de manière transverse bien qu'adaptés à chaque application. C'est le cas, en particulier, pour les outils d'estimation Bayésienne qui ont été très utiles pour décrire les incertitudes propres à chaque modèle. Les deux premiers thèmes sont des thèmes forts car en continuité des travaux de doctorat. Les deux derniers thèmes ont des contributions à ce jour plus modestes, en particulier, les travaux sur la poursuite de phase sont en émergence. Les collaborations académiques, hors ISAE, sans lesquelles ces travaux n'auraient pu voir le jour, sont principalement :

- l'ENSEEIH/IRIT/TéSA (Jean-Yves Tourneret pour son expertise sur les méthodes d'estimation Bayésienne) ;
- l'Université Technique de Delft (François Le Chevalier pour son expertise sur le radar) ;
- l'IRIT (Denis Kouamé et Adrian Basarab pour leur expertise sur l'imagerie médicale dont l'imagerie ultrasonore).

Traitements adaptatifs multivoies en milieu incertain

Dans de nombreux domaines applicatifs, l'emploi d'un réseau d'antennes offre la possibilité de discriminer le signal, reçu ou émis, suivant sa direction angulaire. En effet, utilisé conjointement avec un processeur adaptatif, des filtres versatiles peuvent être créés dans le domaine spatial [290, 280, 155, 164, 279]. Ainsi, en radar, les antennes réseaux sont employées pour la suppression d'interférences via des méthodes de formation de faisceaux adaptatives, et, pour la détection

de cibles dans le fouillis via des méthodes spatio-temporelles adaptatives (STAP, *Space Time Adaptive Processing*) [288, 190]. La mise en œuvre de telles techniques restent à ce jour un sujet actif de recherche autant sur le plan du hardware que sur celui du traitement du signal. Pour ce dernier, un enjeu majeur est de calculer un filtre spatial ou spatio-temporel qui puisse mettre en valeur le signal d'intérêt tout en rejetant le bruit interférant. La connaissance précise de la signature du signal d'intérêt et de la matrice de covariance du bruit est alors indispensable. En pratique, de nombreux phénomènes perturbateurs donnent lieu à des incertitudes qui doivent être prises en compte sous peine de dégrader les performances du filtre. Nous nous sommes ainsi attachés à définir des traitements robustes dans ces milieux incertains, essentiellement par des approches Bayésiennes. Les travaux présentés dans [8]*, [5]*, [24]*¹ ont ainsi pour but de robustifier les schémas d'estimation de la matrice de covariance dans des milieux dits hétérogènes. En particulier, [8]* étudie un modèle général d'hétérogénéité basé sur une loi *a priori* reliant la matrice de covariance du bruit de la donnée primaire avec celle des données secondaires de l'intervalle d'entraînement. Dans [5]*, [24]*, un cas plus spécifique d'hétérogénéité est étudié, celui de la contamination de l'intervalle d'entraînement par des cibles secondaires ayant la même signature que la cible sous test. La présence ou l'absence de contamination y est modélisée par une loi *a priori* Bernoulli-Gaussienne. Les travaux présentés dans [9]*, [6]*, [20]* visent quant à eux à prendre en compte de possibles erreurs de pointage dans la direction du signal d'intérêt. Dans [6]*, [20]*, les erreurs de pointage du réseau sont modélisées par une loi *a priori* directionnelle et sont estimées conjointement avec la matrice de covariance du bruit. Enfin dans [9]*, les erreurs de calibration d'un réseau en émission sont estimées grâce au signal reçu en réception sur une unique antenne. Pour ce faire, la connaissance d'un vecteur des erreurs *a priori* est exploitée via deux stratégies, l'une Bayésienne et l'autre déterministe.

Traitement du signal pour des radars de détection à large bande

Outre l'utilisation d'antennes multivoies, les radars modernes utilisent (ou utiliseront le plus probablement) des formes d'onde à large bande instantanée. À ce jour, celles-ci sont essentiellement utilisées dans des modes d'imagerie radar pour lesquels elles offrent une haute résolution. Les formes d'onde à bande étroite sont, quant à elles, plutôt utilisées pour la détection de cibles en mouvement [189]. Cette approche est toutefois limitée par l'existence d'ambiguïté distance et/ou vitesse [246]. Par exemple, dans un mode dit à basse fréquence de répétition, de nombreuses ambiguïtés vitesse existent. Des cibles peuvent alors être cachées aux vitesses ambiguës du fouillis de sol. Également, la vitesse des autres cibles ne peut être connue qu'à la vitesse ambiguë près. Une alternative intéressante consiste alors à concevoir un mode de détection non-ambigu basé sur une forme d'onde large bande [169]. En effet, de par la haute résolution distance qu'il en découle, le radar voit les cibles migrer pendant le temps de traitement cohérent. Contrairement à la mesure de phase Doppler, cette migration donne une information non-ambiguë sur la vitesse des cibles. Nous nous sommes ainsi attachés à définir des traitements ouvrant la voie à la détection non-ambiguë de cibles en migration. En particulier, les travaux ont portés sur :

- l'étude de la signature d'une cible en migration et le traitement de sommation cohérente associé [26]*, [29]* ;
- la définition d'estimateurs spectraux pour des cibles en migration [31]*, [28]*, [7]* ;
- la définition d'un indicateur de cibles migrantes, le MiTI [30]*, [27]* ;
- le développement de méthodes de représentation parcimonieuse Bayésienne de cibles migrantes [4]*, [25]*, [21]*, [18]* pour lesquelles une méthode de robustification pour les cibles chevauchant des cases d'analyse est en cours de développement [17]*, [3]*, [16]*.

Ce thème de recherche est à ce jour le plus prépondérant.

1. Les travaux co-publiés sont repérés par une étoile dans ce manuscrit.

Poursuite robuste de la phase d'un signal GNSS multifréquence

Dans le domaine du GNSS, la poursuite de la phase du signal de la porteuse, émis par le satellite et reçu sur le récepteur, constitue un enjeu majeur. D'une part, estimer la phase du signal permet de définir des traitements cohérents offrant de meilleurs gains d'intégration. D'autre part, la phase de la porteuse est directement liée à la position du récepteur et offre la possibilité d'un positionnement centimétrique bien plus précis qu'une trilatération basée sur une unique mesure du délai [165]. Si des méthodes de positionnement précis sont possibles en environnement dégagé, leur application est bien moins évidente dans les milieux hostiles tels les canyons urbains. En effet, les méthodes conventionnelles de poursuite de phase, par exemple les PLL (*Phase Lock Loop*), sont peu robustes au bruit et souffrent du phénomène de saut de cycle [50]. Les sauts de cycle correspondent à une estimation locale erronée de la plage d'ambiguïté à laquelle la phase absolue appartient. Une voie possible pour lever ces ambiguïtés est l'utilisation de signaux multifréquence dont le développement est en plein essor dans le domaine du GNSS [138, 124, 309]. On peut ici noter la similarité avec les travaux sur le radar large bande, où une levée d'ambiguïté est possible également grâce à la diversité fréquentielle offerte par les signaux. Nous nous sommes ici attachés à définir des algorithmes de poursuite de la phase robuste aux sauts de cycle pour des signaux multifréquence. Dans une première approche, des structures classiques de PLL ont été étendues en y intégrant des blocs de développement de phase en sortie des discriminateurs [23]*, [22]*. Dans une seconde approche, le problème est traité plus en amont dans le cas particulier bi-fréquentiel [2]* : un modèle de signal est proposé en prenant en compte une possible corrélation entre les deux canaux fréquentiels, puis, à partir de celui-ci un schéma d'estimation récursive non linéaire est décrit en s'appuyant sur une approximation variationnelle Bayésienne.

Déconvolution robuste en imagerie ultrasonore

Parmi les différentes modalités d'imagerie médicale, l'imagerie ultrasonore est certainement à ce jour la moins invasive et est largement utilisée, par exemple, pour la détection de cancers ou encore pour la mesure de la vitesse du sang. Les principales limitations de cette modalité résident dans le faible contraste ainsi que dans la modeste résolution spatiale qu'elle offre. En particulier, le choix de la fréquence de travail est soumis au compromis profondeur de pénétration vs résolution [262, 220]. Pour améliorer la qualité des images ultrasonores, deux stratégies sont envisageables : améliorer le dispositif d'acquisition, ou bien, proposer des méthodes de traitement efficace de l'image acquise [95]. Nous nous sommes intéressés à cette seconde approche dite post-traitement. En particulier, dans [1]* est proposée une méthode de formation d'image haute résolution à partir d'un ensemble d'images basse résolution. La fusion des images repose sur une méthode de recalage apte à prendre en compte la déformation non-rigide des tissus d'une image à l'autre [59]. Dans [40]*, [19]*, nous nous sommes plutôt intéressés au problème de déconvolution d'une seule image ultrasonore. En pratique, le noyau convoluant de celle-ci (PSF, *Point Spread Function*) est entaché d'incertitudes qui peuvent fortement compromettre l'estimation de la réflectivité. Toutefois, une connaissance *a priori* de la PSF peut être simplement obtenue, par exemple, par des modèles analytiques [150]. Nous avons alors proposé un schéma d'estimation jointe de la réflectivité et de la PSF qui incorpore cette information *a priori* ainsi qu'une contrainte de régularisation sur la réflectivité.

5.2 Encadrement de jeunes chercheurs

5.2.1 Stagiaires

Clément Caudron

Type

Stage de deuxième année cycle ingénieur École Centrale de Lille

<i>Sujet</i>	Détection de cibles par une antenne réseau sur hélicoptère
<i>Date</i>	juin-août 2009
<i>Financement</i>	Rockwell-Collins

Hamza Rhzioual Berrada

<i>Type</i>	Stage de deuxième année cycle ingénieur ENSEEIHT
<i>Sujet</i>	Représentation parcimonieuse Bayésienne de signaux pour radar large bande (méthode de Monte-Carlo par chaînes de Markov)
<i>Date</i>	juin-septembre 2010
<i>Financement</i>	ENSEEIHT
<i>Encadrement</i>	co-encadré avec Jean-Yves Tournet (ENSEEIHT/IRIT/TéSA)

Anaïs Tamalet

<i>Type</i>	Stage de troisième année cycle ingénieur ENSEEIHT
<i>Sujet</i>	Représentation parcimonieuse Bayésienne de signaux pour radar large bande (méthode variationnelle Bayésienne)
<i>Date</i>	avril-septembre 2011
<i>Financement</i>	DGA/MRIS (projet École)
<i>Encadrement</i>	co-encadré avec Jean-Yves Tournet (ENSEEIHT/IRIT/TéSA)
<i>Travaux co-publiés</i>	Conférence internationale à comité de lecture : [21] *

Alain Minsini

<i>Type</i>	Stage de troisième année cycle ingénieur ENAC
<i>Sujet</i>	Représentation parcimonieuse Bayésienne de signaux pour radar large bande (cas d'un bruit coloré autorégressif)
<i>Date</i>	février-juillet 2013
<i>Financement</i>	DGA/MRIS (projet École)

Nabil Kbayer

<i>Type</i>	Stage de deuxième année cycle ingénieur ISAE-formation ENSICA
<i>Sujet</i>	Représentation parcimonieuse robuste par rapport aux erreurs sur la grille d'analyse (étude d'un algorithme de la littérature)
<i>Date</i>	juin-septembre 2013
<i>Financement</i>	ISAE/DEOS

5.2.2 Postdoctorant

Frédéric Brigui

<i>Sujet</i>	Algorithmes STAP appliqués à la détection de cibles sur les données DGA Maîtrise de l'Information
<i>Date</i>	novembre 2010-octobre 2011
<i>Financement</i>	DGA/MRIS (projet École)

5.2.3 Doctorants

Depuis octobre 2008, j'ai participé à l'encadrement de trois doctorants dont deux en tant que co-directeur. Actuellement, je codirige une thèse.

François Deudon

<i>Sujet</i>	Traitements radar large bande : apport de la migration distance pour l'obtention d'un mode non-ambigu
<i>Date</i>	2008-2011 ; soutenue le 08 décembre 2011
<i>Partenariat</i>	Bourse DGA, partenariat avec Thalès Systèmes Aéroportés Élancourt et l'ONERA
<i>Encadrement</i>	Jean-Yves Tourneret (directeur), Olivier Besson (co-directeur), Stéphanie Bidon (encadrante)
<i>Travaux co-publiés</i>	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Revues internationales indexées : [7]* ◇ Conférences internationales à comité de lecture : [26]*, [27]*, [28]*, [29]*, [30]*, [31]*
<i>Situation actuelle</i>	Expert systèmes en guerre électronique DGA

Renaud Morin

<i>Sujet</i>	Amélioration de la résolution en imagerie ultrasonore
<i>Date</i>	2010–2013 ; soutenue le 29 décembre 2013
<i>Partenariat</i>	Bourse région Midi-Pyrénées-PRES Université de Toulouse
<i>Encadrement</i>	Denis Kouamé (directeur), Stéphanie Bidon (co-directrice), Adrian Basarab (encadrant)
<i>Travaux co-publiés</i>	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Revues internationales indexées : [1]* ◇ Conférences internationales à comité de lecture : [19]* ◇ Conférences nationales à comité de lecture : [40]*
<i>Situation actuelle</i>	Post-doctorant à l'institut de recherche médical (division imagerie) de l'université de Dundee

Sébastien Roche

<i>Sujet</i>	Méthode de poursuite de phase pour signaux GNSS multifréquence en environnement dégradé
<i>Date</i>	2010-2013 ; soutenue le 19 décembre 2013
<i>Partenariat</i>	Bourse CNES, partenariat avec Thales Alenia Space Toulouse
<i>Laboratoire</i>	ISAE-TéSA
<i>Encadrement</i>	Olivier Besson (directeur de thèse), Stéphanie Bidon (co-directrice)
<i>Travaux co-publiés</i>	<ul style="list-style-type: none"> ◇ Revues internationales indexées : [2]* ◇ Conférences internationales à comité de lecture : [23]*, [22]*
<i>Situation actuelle</i>	Ingénieur GNSS chez Astrium

Marie Lasserre

<i>Sujet</i>	Traitements radar large bande pour un mode MTI haute résolution distance, non-ambigu en vitesse
<i>Date</i>	début décembre 2014 (ingénieur de recherche sur le même sujet en 2013-2014)
<i>Partenariat</i>	Bourse DGA club des partenaires (100 %) Collaboration avec l'université technique de Delft
<i>Encadrement</i>	Olivier Besson (directeur de thèse), Stéphanie Bidon (co-directrice), François Le Chevalier (encadrant à l'université technique de Delft)
<i>Travaux co-publiés</i>	◇ Revues internationales indexées : [3]* ◇ Conférences internationales à comité de lecture : [17]*, [16]*, [15]*
<i>Situation actuelle</i>	Doctorante

5.3 Insertion dans la communauté et diffusion scientifique

5.3.1 Le club STAP

Le club STAP est un groupe de radaristes francophones actif jusqu'en 2011 ayant pour but de fédérer les travaux de la communauté sur la thématique des traitements spatio-temporels adaptatifs. En particulier, ce club a permis de favoriser les échanges de données et d'algorithmes entre ces divers acteurs, c'est-à-dire des chercheurs d'organismes étatiques, universitaires et industriels (DGA, Thales, ONERA, SONDRRA, ENS Cachan, ISAE, etc.) J'ai participé à ce club de 2007 jusqu'à la fin de son activité.

Dans le cadre de ce club, j'ai coédité et participé à l'écriture du numéro spécial "Traitements spatio-temporels adaptatifs (STAP)" dans la revue *Traitement du Signal* (volume 28, n°1-2/2011) [36]*, [37]*, [38]*, [39]*. Le numéro fait l'état des travaux menés par le club STAP depuis sa création en 2007 jusqu'en 2011.

5.3.2 Chapitre IEEE/AESS

En 2011 a été créé le chapitre français IEEE de la société AESS (*Aerospace and Electronic Systems Society*). Le but d'un chapitre est de servir les membres de la société à un niveau local. Je participe à ce chapitre depuis sa création en tant que secrétaire. En particulier, j'ai été fortement impliquée dans l'organisation d'une journée conférence en 2011 accueillie à l'ISAE et intitulée "*Simulations in Aerospace*". D'autres journées d'animation sont également en cours de préparation.

5.3.3 Activité de relecteur

Depuis ma dernière année de doctorat en 2008, je participe régulièrement à des relectures d'articles pour des revues internationales indexées (≈ 80) et des articles de conférence à comité de lecture.

Revue internationale

- IEEE Transactions on Signal Processing ;
- Elsevier Signal Processing ;
- IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems ;
- IEEE Signal Processing Letters ;
- IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control ;

- IEEE Communications Letters ;
- IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing ;
- IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters ;
- IET Signal Processing.

Conférences nationales et internationales

- GRETSI ;
- IEEE ICASSP, IEEE SAM, IEEE SSP.

5.3.4 Participation à des comités techniques de conférence et animation de sessions

- Participation au comité technique de la conférence internationale radar 2014 à Lille et animateur de la session STAP (*Space Time Adaptive Processing*) ;
- Participation à EUSIPCO 2015 comme animateur pour le domaine *Sensor Array and Multichannel Signal Processing* ;
- Animateur de la session *Sparsity-based radar techniques* à la conférence internationale radar 2015 de l'IEEE à Washington.

5.4 Collaborations et partenariats

5.4.1 Collaboration internationale

Je collabore depuis 2010 avec le groupe MS3 (*Microwave Sensing, Signals and Systems*) de l'université technique de Delft sur la thématique de l'estimation et la détection de cibles pour des radars ayant une large bande instantanée. Cette collaboration, initiée grâce à François Le Chevalier, s'est déroulée, entre autres, dans le cadre de deux thèses DGA (François Deudon et Marie Lasserre). La collaboration est bilatérale. L'université technique de Delft dispose d'un radar, le PARSAX, et nous met à disposition des jeux de données réelles. L'équipe néerlandaise nous apporte également son expertise sur les traitements et systèmes radar. L'ISAE apporte son expertise en termes de traitement radar en particulier sur les approches d'estimation Bayésienne. Cette collaboration a permis à ce jour la co-publication de 2 revues internationales et 6 conférences à comité de lecture. Elle se manifeste également par des courts séjours à l'université technique de Delft.

5.4.2 Partenariats industriels et institutionnels

Dans le cadre d'études de recherche et contractuelles, j'ai été en relation avec divers partenaires industriels (dont PME) et institutionnels locaux ou nationaux comme décrits ci-après.

Rockwell Collins, Toulouse

- Étude de 3 mois sur la détection de cibles par une antenne réseau sur hélicoptère (stagiaire)

Thales Systèmes Aéroportés, Élancourt

- Partenaire de la thèse de François Deudon

ONERA, Palaiseau

- Partenaire de la thèse de François Deudon

Thales Alenia Space, Toulouse

- Études contractuelles sur une problématique de calibration d’antennes réseaux
- Partenaire de la thèse de Sébastien Roche

CNES, Toulouse

- Bourse de thèse CNES de Sébastien Roche
- Étude R&T (Recherche et Technologie) sur un récepteur GNSS à poursuite vectorielle [42]*

M3 Systems, Lavernose

- Étude R&T sur un récepteur GNSS à poursuite vectorielle [42]*

DGA/MRIS

- Bourse de thèses DGA de François Deudon et Marie Lasserre
- Financeur de deux projets École, sur 2009-2012 et 2012-2015, portant sur la détection adaptative de cibles
 - 2 à 3 rapports d’avancement par an
 - un post-doctorant, deux stagiaires niveau master recherche, un ingénieur de recherche

5.5 Production scientifique

Ci-après est listé l’ensemble des publications publiées à ce jour. Celles apparaissant en gris correspondent aux publications faites pendant le doctorat.

Journal international à comité de lecture

- [1] R. Morin, A. Basarab, S. Bidon, and D. Kouamé, “Motion estimation-based image enhancement in ultrasound imaging,” *Ultrasonics*, vol. 60, no. 0, pp. 19 – 26, Jul. 2015.
- [2] S. Bidon and S. Roche, “Variational Bayes phase tracking for correlated dual-frequency measurements with slow dynamics,” *Signal Processing*, vol. 113, pp. 182 – 194, 2015.
- [3] M. Lasserre, S. Bidon, O. Besson, and F. Le Chevalier, “Bayesian sparse Fourier representation of off-grid targets with application to experimental radar data,” *Signal Processing*, vol. 111, pp. 261 – 273, 2015.
- [4] S. Bidon, J.-Y. Tournet, L. Savy, and F. Le Chevalier, “Bayesian sparse estimation of migrating targets for wideband radar,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems (Special Section on Compressive Sensing Applied to Radar)*, vol. 50, no. 2, pp. 871–886, Apr. 2014.
- [5] O. Besson and S. Bidon, “Adaptive processing with signal contaminated training samples,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 17, pp. 4318–4329, Sep. 2013.
- [6] —, “Robust adaptive beamforming using a Bayesian steering vector error model,” *Signal Processing (Special Section on Statistical Signal & Array Processing)*, vol. 93, no. 12, pp. 3290–3299, Dec. 2013.
- [7] F. Deudon, S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, “Velocity dealiased spectral estimators of range migrating targets using a single low-PRF wideband waveform,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 49, no. 1, pp. 244–265, Jan. 2013.

- [8] S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, "Knowledge-aided STAP in heterogenous clutter using a hierarchical Bayesian algorithm," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 47, no. 3, pp. 1863–1879, Jul. 2011.
- [9] O. Besson, S. Bidon, and C. Larue de Tournemine, "Robust approaches to remote calibration of a transmitting array," *Signal Processing*, vol. 90, no. 5, pp. 1373–1381, May 2010.
- [10] O. Besson, S. Bidon, and J.-Y. Tournet, "Bounds for estimation of covariance matrices from heterogeneous samples," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 7, pp. 3357–3362, Jul. 2008.
- [11] S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, "The adaptive coherence estimator is the generalized likelihood ratio test for a class of heterogeneous environments," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 15, pp. 281–284, 2008.
- [12] O. Besson, S. Bidon, and J.-Y. Tournet, "Covariance matrix estimation with heterogeneous samples," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 3, pp. 909–920, Mar. 2008.
- [13] S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, "A Bayesian approach to adaptive detection in nonhomogeneous environments," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 1, pp. 205–217, Jan. 2008.
- [14] O. Besson, J.-Y. Tournet, and S. Bidon, "Knowledge-aided Bayesian detection in heterogeneous environments," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 14, no. 5, pp. 355–358, May 2007.

Conférence internationale à comité de lecture avec actes

- [15] M. Lasserre, S. Bidon, O. Besson, and F. Le Chevalier, "Bayesian sparse estimation of a radar scene with weak and strong targets," in *Proceedings International Workshop on Compressed Sensing and its Applications to Radar, Sonar and Remote Sensing (CoSeRa)*, Pise, Jun. 22-24, 2015.
- [16] S. Bidon, M. Lasserre, O. Besson, and F. Le Chevalier, "Bayesian sparse estimation of targets with range-Doppler grid mismatch," in *Proceedings IEEE International Radar Conference (RADARCON)*, Washington, DC, May 11-15, 2015.
- [17] M. Lasserre, S. Bidon, O. Besson, and F. Le Chevalier, "Bayesian sparse Fourier representation of off-grid targets," in *Proceedings International Radar Conference*, Lille, Oct. 13–17, 2014.
- [18] S. Bidon, O. Besson, J.-Y. Tournet, and F. Le Chevalier, "Bayesian sparse estimation of migrating targets in autoregressive noise for wideband radar," in *Proceedings IEEE International Radar Conference (RADARCON)*, Cincinnati, OH, May 19–23, 2014.
- [19] R. Morin, S. Bidon, A. Basarab, and D. Kouamé, "Semi-blind deconvolution for resolution enhancement in ultrasound imaging," in *Proceedings IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, Melbourne, Sep. 15–18, 2013.
- [20] O. Besson and S. Bidon, "Bayesian robust adaptive beamforming based on random steering vector with Bingham prior distribution," in *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Vancouver, May 26–31, 2013.

- [21] S. Bidon, A. Tamalet, and J.-Y. Tournet, “Variational Bayesian inference for sparse representation of migrating targets,” in *Proceedings IEEE International Radar Conference (RADARCON)*, Ottawa, April 29-May 3, 2013.
- [22] S. Roche, S. Bidon, M. Monnerat, L. Ries, and P. Thevenon, “Phase lock loop with multifrequency phase unwrapping structure,” in *Proceedings European Navigation Conference (ENC)*, Vienne, Apr. 23–25, 2013.
- [23] S. Roche, S. Bidon, O. Besson, M. Monnerat, L. Ries, and P. Thevenon, “PLL unwrapping structures using polynomial prediction algorithm for noisy carrier phase tracking,” in *Proceedings International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS)*, Nashville, TN, Sep. 17–21, 2012.
- [24] O. Besson and S. Bidon, “Adaptive filtering in the presence of outliers,” in *Proceedings Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, Ann Arbor, MI, Aug. 5–8, 2012.
- [25] S. Bidon, J.-Y. Tournet, and L. Savy, “Sparse representation of migrating targets in low PRF wideband radar,” in *Proceedings IEEE International Radar Conference (RADARCON)*, Atlanta, GA, May 7–11, 2012.
- [26] S. Bidon, F. Deudon, O. Krasnov, and F. Le Chevalier, “Coherent integration for wideband LFM CW applied to PARSAX experimental data,” in *Proceedings European Radar Conference (EURAD)*, Manchester, Oct. 12–14, 2011.
- [27] F. Le Chevalier, O. Krasnov, F. Deudon, and S. Bidon, “Clutter suppression for moving targets detection with wideband radar,” in *Proceedings European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Barcelona, August 29–September 2 2011.
- [28] F. Deudon, S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, “Spectral estimation of migrating targets in wideband radar,” in *Proceedings International Conference on Digital Signal Processing (DSP)*, Corfu, Jul. 6–8, 2011.
- [29] S. Bidon, L. Savy, and F. Deudon, “Fast coherent integration for migrating targets with velocity ambiguity,” in *Proceedings IEEE International Radar Conference (RADARCON)*, Kansas City, MI, May 23–27, 2011.
- [30] F. Deudon, F. Le Chevalier, S. Bidon, O. Besson, and L. Savy, “Migrating target indicator for wideband radar,” in *Proceedings IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, Israël, Oct. 4–7, 2010.
- [31] F. Deudon, S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, “Modified Capon and APES for spectral estimation of range migrating targets in wideband radar,” in *Proceedings IEEE International Radar Conference (RADARCON)*, Washington, DC, May 10–14, 2010.
- [32] S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, “Characterization of clutter heterogeneity and estimation of its covariance matrix,” in *Proceedings IEEE International Radar Conference (RADARCON)*, Rome, May 2008, pp. 359–362.
- [33] O. Besson, S. Bidon, and J.-Y. Tournet, “Cramér Rao bound and maximum likelihood estimation of covariance matrices with non-homogeneous snapshots,” in *Proceedings Annual Asilomar Conference Signals Systems Computers*, Pacific Grove, CA, Nov. 2007.
- [34] S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, “Bayesian covariance matrix estimation with non-homogeneous snapshots,” in *Proceedings Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, Madison, Wisconsin, Aug. 2007, pp. 39–43.

- [35] O. Besson, J.-Y. Tournet, and S. Bidon, “Bayesian estimation of covariance matrices in non-homogenous environments,” in *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, vol. 3, Apr. 2007, pp. 1037–1040.

Journal national à comité de lecture avec actes

- [36] J.-P. Ovarlez, F. Le Chevalier, and S. Bidon, “Présentation du club STAP,” *Traitement du Signal*, vol. 28, no. 1–2, pp. 11–14, Janvier-Avril 2011.
- [37] S. Bidon, “Introduction au STAP. Partie II : modèle des signaux et principe du filtrage,” *Traitement du Signal*, vol. 28, no. 1–2, pp. 35–56, Janvier-Avril 2011.
- [38] S. Bidon, M. Montécot, and L. Savy, “Introduction au STAP. Partie III : les données du club STAP,” *Traitement du Signal*, vol. 28, no. 1–2, pp. 57–79, Janvier-Avril 2011.
- [39] S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, “Synthèse des traitements STAP en milieu hétérogène,” *Traitement du Signal*, vol. 28, no. 1–2, pp. 81–112, Janvier-Avril 2011.

Conférence nationale à comité de lecture avec actes

- [40] R. Morin, S. Bidon, A. Basarab, and D. Kouamé, “Amélioration de la résolution des images ultrasonores en mode B par déconvolution semi-aveugle,” in *Groupe de Recherche et d’Études du Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, Brest, Sep. 3–6, 2013.
- [41] S. Bidon, O. Besson, and J.-Y. Tournet, “Algorithme STAP pour fouillis non stationnaire en distance,” in *Groupe de Recherche et d’Études du Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, Troyes, Sep. 2007, pp. 1037–1040.

Autres

- [42] J.-R. De Boer, S. Bidon, V. Calmettes, W. Vigenau, and L. Ries, “Specification of a simulator to assess the performance of adaptive vector tracking loops in urban environment,” in *Proceedings 6th European Workshop on GNSS Signals and Signal Processing*, Munich, Dec. 5–6, 2013.

Deuxième partie

Synthèse des travaux de recherche

Chapitre 6

Avant-propos

6.1 Mise en perspective des travaux

Les domaines d’application abordés au travers des différents axes de recherche menés depuis le doctorat sont, bien que différents (radar, GNSS, imagerie médicale), soumis à des tendances similaires qui caractérisent ou caractériseront certainement les récepteurs modernes. En effet, les enjeux applicatifs requièrent de repousser sans cesse les limites de performances des traitements : le radariste cherche à détecter des cibles ayant de faibles RCS (*Radar Cross Section*) dans des environnements de plus en plus difficiles (cibles lentes, fouillis fortement hétérogène, etc.) ; en GNSS, des solutions de positionnement haute précision sont recherchées dans des milieux de plus en plus contraints tels les canyons urbains (bas rapport signal à densité spectrale de bruit, présence de multitrajets, etc.) ; en imagerie médicale, une qualité accrue des images est recherchée pour améliorer les diagnostics (p.ex., via une haute résolution), pour ne citer que quelques exemples. Parmi les tendances qui permettront certainement de repousser les performances des récepteurs modernes, deux sont particulièrement présentes dans les travaux conduits jusqu’ici :

- la diversité des signaux qui offre une redondance d’information et un pouvoir de discrimination dans un espace, par exemple,
 - en angle (p.ex., via un réseau d’antennes) ;
 - en fréquence (p.ex., via une forme d’onde large bande ou multifréquentielle) ;
- les traitements non linéaires qui peuvent s’avérer pertinents dans des scénarios difficiles, par exemple,
 - pour des problèmes d’estimation bloc ; ils offrent dans ce cas une alternative au filtrage adapté (p.ex., représentation parcimonieuse) ;
 - pour des problèmes d’estimation séquentielle ; ils offrent dans ce cas une alternative au filtrage de Kalman (p.ex., filtre non linéaire pour l’estimation de la phase dans le cas d’un fort bruit).

Parmi les quatre axes de recherche résumés dans la section 5, je développe *dans ce manuscrit* en particulier deux de ces axes : “Le traitement du signal pour des radars de détection à large bande instantanée” et “La poursuite robuste de la phase d’un signal GNSS multifréquence”. Par ce choix, j’espère illustrer les points suivants :

- Différents niveaux de maturité de recherche. Le premier axe est en effet plus développé que le second, ce dernier correspondant à un choix de diversification de domaine applicatif (le GNSS) et de technique (estimation séquentielle plutôt que bloc).
- La réutilisation et l’adaptation d’outils entre différents axes de recherche. Par exemple, l’approximation variationnelle Bayésienne utilisée dans le cadre du premier axe pour une

estimation bloc a pu facilement être mise en œuvre dans le second axe pour une estimation séquentielle.

- L’apport des traitements non linéaires. Dans le premier axe, les traitements non linéaires basés sur une représentation parcimonieuse des signaux ont donné *en pratique* de meilleures performances que des approches classiques basées sur le filtre adapté. Dans le second axe, l’algorithme récursif non linéaire proposé est plus robuste que des approches linéaires de type PLL (qui peut être vu comme un filtre de Kalman à gain constant) dans des conditions difficiles de poursuite.
- L’apport de la diversité dans un espace donné. On illustre en particulier ici l’apport de la diversité fréquentielle pour lever les ambiguïtés. Cette dernière est obtenue dans les premier et second axes grâce à des formes d’onde respectivement large bande et multifréquence. Dans les deux cas, la redondance d’information observée sur chacune des sous-bandes ou fréquences permet de lever les ambiguïtés inhérentes à une mesure de phase.

Quelques publications illustratives des deux autres axes de recherche, à savoir “Les traitements adaptatifs multivoies en milieu incertain” et “La déconvolution robuste en imagerie ultrasonore”, sont présentées en Annexe du manuscrit.

6.2 Données radar expérimentales de TU-Delft

Dans le cadre des études menées dans le domaine du radar, nous avons pu mettre à profit de nombreuses fois des données radar expérimentales provenant de l’université technique de Delft (TU-Delft). Le groupe MS3 (ex-IRCTR) dispose en effet d’un radar dénommé PARSAX (*Polarimetric Agile Radar in S- and X-Band*). Le système est flexible relativement à la forme d’onde émise et aux opérations de pré-traitement appliquées par le récepteur [163]. Le radar est situé sur le toit du bâtiment de génie électrique à environ 100 m de hauteur. L’émetteur et le récepteur sont des réflecteurs paraboliques que l’on peut considérer comme co-localisés (cf. figure 6.1(a)). Dans le cadre de la thèse de François Deudon et de Marie Lasserre, deux campagnes de mesure ont été effectuées à Delft (en 2010 et 2014 respectivement). Nous nous baserons dans ce document sur la campagne de 2010. Pour cette dernière, la forme d’onde émise est de type LFMCW (*Linear Frequency Modulated Continuous Wave*). Les données sont enregistrées après compression-distance, celle-ci ayant été réalisée par une opération de *deramping* [319]. Dans ce scénario, l’antenne radar pointe en direction de l’autoroute reliant Rotterdam à la Hague située à 1.8 km pendant un fort trafic. Les véhicules présents constituent donc des cibles (non-coopératives) qui sont limitées en théorie à la vitesse de 100 km/h (≈ 28 m/s). Plusieurs jeux de données ont été enregistrés pour ce scénario à intervalle de temps proche. Nous avons également à notre disposition, un jeu de données contenant essentiellement du bruit thermique (l’antenne a été pointée en direction du ciel par un jour de beau temps). Ceci nous a permis en particulier d’obtenir une estimée approximative de la puissance du bruit thermique qui peut être utilisée dans les divers traitements proposés. À titre illustratif, une sortie d’un simple traitement Doppler est représentée dans la figure 6.1(b).

Deux remarques peuvent être faites à ce stade. D’une part, la largeur de bande maximale du PARSAX (100 MHz) lors des prises de mesure est inférieure à la largeur de bande supposée (≈ 500 MHz, 1 GHz) dans l’axe de recherche présenté dans le chapitre 7. La migration en distance des cibles en mouvement est donc moins grande qu’escomptée. Toutefois, en augmentant les temps d’intégration, la migration peut s’avérer suffisante pour permettre la levée des ambiguïtés vitesse. D’autre part, ces données expérimentales ont été et continuent à être très précieuses dans l’avancée de nos travaux. Elles permettent en effet la confrontation à des problèmes réalistes qui peuvent alors être pris en compte, suivant une démarche itérative, dans les modèles, la

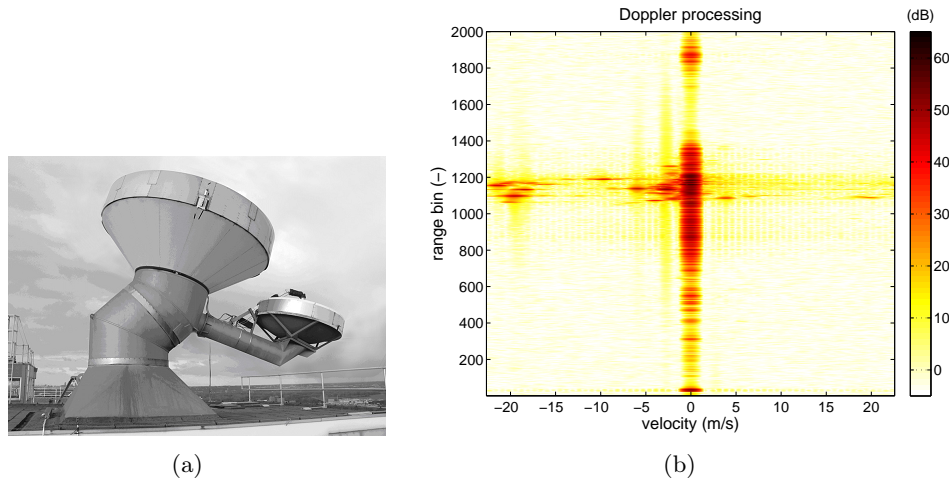


FIGURE 6.1 – (a) Antennes du radar PARSAX de TU-Delft. (b) Exemple d’une sortie de traitement Doppler sur données PARSAX.

génération de signaux synthétiques et les traitements pour en améliorer les performances sur données synthétiques et réelles.

6.3 Estimation Bayésienne

Pour résoudre les divers problèmes d’estimation rencontrés dans les quatre axes de recherche, nous avons souvent opté pour une philosophie Bayésienne, en particulier en utilisant des modèles hiérarchiques Bayésiens. Dans ce contexte, les paramètres inconnus du problème sont supposés être des variables aléatoires auxquelles on assigne des lois *a priori*. Ce choix doit être fait avec attention et découle en général d’un compromis entre sens physique et maniabilité des équations. Des lois *a priori* dites conjuguées sont souvent sélectionnées pour permettre aux lois (conditionnelles) *a posteriori* de rester dans la même famille de distributions. Dans les modèles proposés, la forme fonctionnelle des lois *a posteriori* est en général préservée : ce sont alors les paramètres de ces dernières qui opèrent une fusion entre l’information apportée par les données et celle apportée par les lois *a priori*. Dans un modèle hiérarchique, lorsqu’une loi *a priori* dépend elle-même de paramètres (les hyperparamètres), ceux-ci peuvent être à leur tour considérés comme des paramètres inconnus à estimer.

L’information *a priori* injectée en pratique dans les schémas d’estimation peut se classer en deux groupes. Dans un premier cas, la dite information correspond à une valeur présumée d’un paramètre. Ce dernier pouvant être soumis à des *incertitudes*, il convient alors de l’estimer fort tout de même de cette connaissance *a priori*. Un exemple concret est celui présenté dans [8]* où la matrice de covariance du bruit est estimée grâce à l’information apportée par des données secondaires et par une matrice de covariance *a priori* calculée sur la base d’un modèle physique [288]. Dans un second cas, l’information *a priori* apportée est *structurelle*. En particulier, elle impose une forme sur le paramètre étudié. Un exemple concret est celui de la loi *a priori* Bernoulli-Gaussienne utilisée dans [4]* qui vise à forcer la parcimonie sur le vecteur des amplitudes des cibles.

Les estimateurs Bayésiens auxquels nous nous sommes intéressés, dont les estimateurs MMSE (*Minimum Mean Square Error*) et MAP (*Maximum A Posteriori*), n’ont souvent pu être obtenus sous forme exacte de par la complexité des lois *a posteriori*. Ils ont ainsi nécessité la plupart du temps la mise en œuvre de méthodes numériques dites MCMC (*Markov Chain Monte Carlo*) donnant accès à des échantillons distribués suivant ces lois [230]. Bien que coûteuses calculatoi-

rement, ces méthodes permettent non seulement d'obtenir de manière empirique des estimateurs optimaux (p.ex., MMSE, MAP) mais elles donnent également accès aux lois *a posteriori* bien plus riches en information. Par exemple, des mesures de confiance peuvent être alors calculées sur les estimateurs [151]. À titre illustratif, dans le domaine du radar, obtenir de telles lois plutôt que de simples estimées fait partie des *challenges* publics affichés par l'US Air Force [317].

Enfin, avant de clore cet avant-propos, nous donnons ci-après le théorème dit d'approximation variationnelle Bayésienne (VB) dont nous nous sommes servis plusieurs fois pour proposer des traitements Bayésiens, certes sous-optimaux, mais bien moins complexes [249, 69].

Théorème 1 (Approximation variationnelle Bayésienne) *Soit $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ la distribution a posteriori d'un vecteur de paramètres $\boldsymbol{\theta}$ conditionnellement aux données \mathbf{y} . Soit $q(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ une loi approchée appartenant à une famille de distributions donnée. L'approximation VB consiste à choisir la distribution $q(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ qui minimise la divergence de Kullback-Leibler (KL) entre $q(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ et $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ au sein de cette famille. Dans le cas d'une famille factorisable telle que $q(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \prod_j q(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{y})$ où $\{\boldsymbol{\theta}_j\}$ est une partition du vecteur $\boldsymbol{\theta}$, la distribution approchée est donnée par*

$$q(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{y}) \propto \exp \left\{ \langle \log(f(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{y})) \rangle_{\boldsymbol{\theta}_{-j}} \right\} \quad (6.1)$$

où

$f(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{y})$ est la distribution jointe de $\boldsymbol{\theta}$ et \mathbf{y} ;

$\boldsymbol{\theta}_{-j}$ est le vecteur contenant les éléments de $\boldsymbol{\theta}$ qui ne sont pas dans $\boldsymbol{\theta}_j$;

$\langle \cdot \rangle_{\boldsymbol{\Psi}}$ représente l'espérance par rapport aux distributions approchées $q(\boldsymbol{\Psi}|\mathbf{y})$ (dans la cas où $\boldsymbol{\Psi}$ est un paramètre univarié, l'indice sera omis dans l'écriture).

Un estimateur MMSE approchée de $\boldsymbol{\theta}_j$ est alors

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_j^{VB} = \int \boldsymbol{\theta}_j q(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{y}) d\boldsymbol{\theta}_j = \langle \boldsymbol{\theta}_j \rangle_{\boldsymbol{\theta}_j}. \quad (6.2)$$

Nous ferons appel à ce théorème dans la suite de ce manuscrit dans les chapitres 7 et 8 afin d'approcher des lois *a posteriori* par une forme factorisable et accéder ainsi à des estimateurs moins complexes dans le cadre de problèmes d'estimation bloc et récursive.

Chapitre 7

Traitement du signal pour des radars de détection à large bande

7.1 Introduction

7.1.1 Contexte et problématique

Les systèmes radar classiques de détection utilisent à l'émission des formes d'onde dites à bande étroite. Typiquement, la bande instantanée est inférieure à 10 MHz. Les performances de ces systèmes sont limitées par l'existence d'ambiguïtés distance et/ou vitesse. En effet, la vitesse ambiguë v_a et la distance ambiguë R_a sont liées par la relation [246]

$$R_a v_a = \frac{c \lambda_c}{4} \quad \text{où} \quad \begin{cases} v_a &= \frac{\lambda_c f_r}{2} \\ R_a &= \frac{c T_r}{2} \end{cases} \quad (7.1)$$

avec λ_c la longueur d'onde, c la célérité de l'onde et $f_r = 1/T_r$ la fréquence de répétition (PRF, *Pulse Repetition Frequency*). On ne peut s'affranchir ainsi d'un type d'ambiguïté sans amplifier l'autre. Par exemple dans un mode à basse PRF, les ambiguïtés vitesse empêchent la détection de cibles aux vitesses dites aveugles qui correspondent aux vitesses ambiguës du fouillis. Elles empêchent également l'estimation non-ambiguë des vitesses de cibles *exo-clutter*.

En pratique, pour pallier ces problèmes, il est courant d'émettre plusieurs séries d'impulsions à différentes PRF [244, 93, 300]. En combinant les sorties de traitement ainsi obtenues il est possible de lever les ambiguïtés et de s'affranchir du problème des vitesses aveugles [228, 304, 117, 166, 99]. Les méthodes proposées dans la littérature sont principalement basées sur le théorème des restes chinois [276]. Cependant, l'utilisation d'une forme d'onde à multiple PRF présente plusieurs inconvénients. En particulier, le temps d'illumination relatif à chaque rafale doit rester limité, ce qui n'est pas favorable à une bonne résolution d'analyse Doppler. De plus, des cibles fantômes peuvent apparaître si le nombre de PRF utilisés n'est pas suffisant [195].

L'utilisation d'une forme d'onde large bande à basse PRF, exempte naturellement d'ambiguïté distance, constitue une alternative intéressante aux formes d'onde conventionnelles à bande étroite [116, 146, 245, 169, 62]. L'augmentation de la bande instantanée B engendre une diminution de la taille de la case distance δ_R suivant la relation

$$\delta_R = \frac{c}{2B}.$$

Par exemple, une bande instantanée de 1 GHz offre une résolution distance de 15 cm. Une large bande confère ainsi au radar une capacité de "vision" hautement résolue en distance. En contrepartie, les cibles ayant une grande vitesse migrent pendant le CPI (*Coherent Processing Interval*). Cette migration peut rendre caduque les algorithmes classiques de détection qui supposent que

les cibles restent dans leur case distance pendant le CPI. Par exemple, un traitement Doppler classique est inefficace [319, ch.17]. D'une part, il ne permet pas la détection de cibles aux vitesses aveugles du fouillis, et, d'autre part, la réponse d'une cible en mouvement est fortement dégradée du fait de l'étalement de son pic engendré par la migration [182, 181, 146]. Plusieurs traitements ont été proposés pour pallier les effets de la migration distance présente pour les radars à large bande. La célèbre transformée de *Keystone* permet de sommer en cohérence les échantillons reçus tout en composant la migration distance [212]. Dans [146], le fouillis est filtré dans le domaine fréquence-courte/fréquence-longue avant de sommer en cohérence les échantillons de signal pour regagner le gain sur les cibles. Dans [152], les auteurs décrivent un algorithme itératif qui supprime le fouillis et estime les paramètres d'intérêt d'une cible migrante. La technique est étendue dans [153] au cas de cibles multiples reçues sur un réseau d'antennes. Néanmoins, ces traitements ne considèrent pas le problème d'ambiguïté vitesse présent pour des radars à basse PRF.

Le phénomène de migration distance, caractéristique des radars large bande, loin d'être un désagrément, peut être au contraire mis à profit pour lever les ambiguïtés vitesse dans le cas d'un mode à basse PRF. En effet, pour les radars à bande étroite, la vitesse radiale relative de la cible est mesurée par une mesure de phase qui est par nature ambiguë. En augmentant la bande instantanée, le phénomène de migration distance apparaît et apporte une information supplémentaire sur la vitesse des cibles. Elle permet, en particulier, de distinguer les cibles dont les vitesses sont égales entre elles modulo la vitesse ambiguë comme illustré dans la figure 7.1. L'enjeu est alors de définir des traitements aptes à prendre en compte le phénomène de migration distance pour d'une part lever les ambiguïtés vitesse, et, d'autre part être capable de détecter les cibles situées dans les vitesses aveugles conventionnelles du fouillis. Les travaux présentés dans ce chapitre se sont attelés à cette tâche.

Notons, avant de rentrer plus dans les détails, que l'utilisation d'une forme d'onde large bande apporte également de nombreux avantages dans un contexte opérationnel. Elle offre des capacités accrues de discrimination, d'identification et de poursuite de cibles du fait de la haute résolution distance ainsi que de la discrétion du fait de son étalement spectral [194] [189].

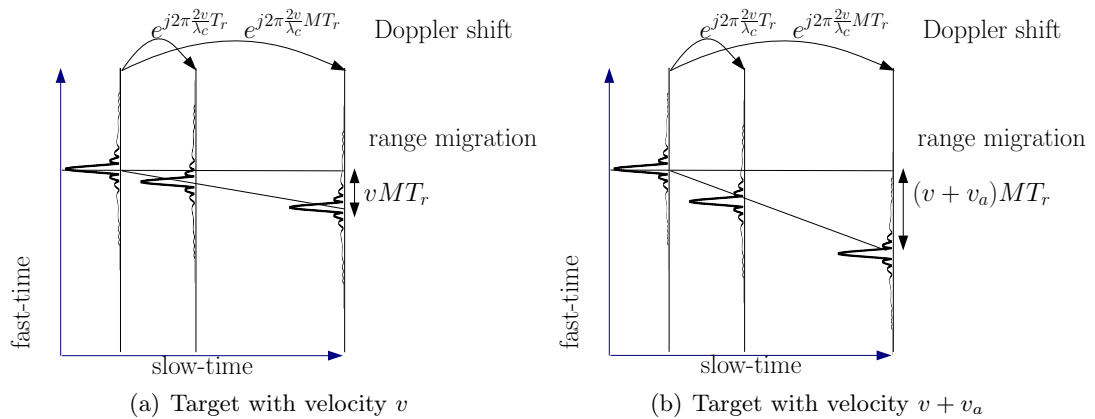


FIGURE 7.1 – Représentation du phénomène de migration distance pendant le temps d'intégration cohérente. Le phase Doppler est identique pour des cibles de vitesse v et $v + v_a$ alors que la migration distance est plus importante pour la cible la plus rapide.

7.1.2 Contributions

Les travaux présentés dans ce chapitre ont pour but de définir des traitements d'estimation de cibles pour des radars à large bande instantanée et basse PRF aptes à prendre en compte la migration distance de ces dernières. L'enjeu est à termes de pouvoir détecter, avec un seul

train d'impulsions, des cibles de manière non ambiguë et possiblement aux vitesses aveugles. Pour ce faire, différentes pistes ont été étudiées. Nous nous sommes intéressés dans un premier temps au modèle du signal et avons calculé la signature d'un élément réfléchissant migrant en distance [29]*, [26]*, [7]*. Comparé au cas d'une forme d'onde à bande étroite, la signature se distingue par l'apparition de termes de couplage distance/vitesse qui modélisent la migration distance. Associé à ce modèle, une méthode de sommation cohérente peut être simplement définie. Nous avons revisité cette méthode et proposé en particulier un nouvel algorithme permettant une implémentation rapide [29]*. En pratique, ce simple traitement n'est pas satisfaisant car il donne lieu à de forts lobes secondaires dégradant l'estimation dans le cas d'un scénario à cibles multiple et/ou en présence de fouillis. Nous nous sommes ainsi tournés vers d'autres stratégies visant à atténuer les lobes secondaires en sortie de traitement. Tout d'abord, de nouveaux algorithmes d'analyse spectrale ont été définis [31]*, [28]*, [7]*. Ceux-ci sont des extensions, au cas large bande, d'estimateurs spectraux usuellement utilisés en radar [81, 177]. Puis, nous avons opté pour un nouveau cadre algorithmique qu'est celui offert par les techniques de représentation parcimonieuse (SSR, *Signal Sparse Representation*). Le travail a consisté, dans un premier temps, à expliciter un dictionnaire SSR apte à prendre en compte la migration distance des cibles et permettant la levée d'ambiguïté en vitesse de ces dernières. Dans un second temps, à l'aide de ce dictionnaire, des algorithmes de reconstruction parcimonieuse des cibles migrantes ont été développés et ceci dans un cadre Bayésien [25]*, [21]*, [4]*, [18]*. Ces premiers algorithmes testés sur données semi-expérimentales ont donné des résultats encourageants tout en soulignant le besoin de robustifier les méthodes par rapport au problème bien connu de désalignement des cibles sur la grille d'analyse; cette grille étant fixée par le dictionnaire SSR. Dans cette perspective, nous avons développé et continuons à l'heure de l'écriture de ce manuscrit à définir des méthodes de robustification [3]*, [17]*, [16]*. Enfin, notons que parallèlement à ces travaux, une méthode d'annulation du fouillis a été proposée. La méthode est une extension, adaptée au cas large bande, du traitement MTI (*Moving Target Indicator*) utilisé dans les radars de détection conventionnels. Ici, la migration en distance de cibles en mouvement est utilisée comme facteur de discrimination avec le fouillis. Les détails de l'approche dénommée MiTI (*Migrating Target Indicator*) sont, bien que non reportés dans la suite, consignés dans [30]*, [27]*.

7.2 Modèle du signal

7.2.1 Signature d'un point réfléchissant

7.2.1.1 Expression

Pour des radars de détection à bande étroite, une cible reste confinée dans sa cellule de résolution distance pendant le temps d'intégration cohérente. Dans le domaine du temps-long¹, sa signature s'exprime par une simple exponentielle complexe (ou *cisoid*) [168, 319]

$$[\mathbf{a}]_m = \exp \left\{ j2\pi \frac{2vf_c}{c} T_r m \right\} \quad (\text{1D-cisoid}) \quad (7.2)$$

où f_c est la fréquence porteuse. Dans (7.2), on reconnaît la célèbre fréquence Doppler

$$f_d = \frac{2vf_c}{c} T_r \quad (\text{fréquence normalisée}). \quad (7.3)$$

Dans le cas d'un radar large bande, une cible en mouvement migre en distance et peut parcourir plusieurs cases distance pendant le CPI; une illustration de ce phénomène est donnée dans la

1. Le temps-long fait référence à l'indice d'impulsion alors que le temps-court fera référence au temps au sein d'une impulsion et est lié à la distance.

figure 7.3(a). La signature de cible (7.2) n'est alors plus valable. Pour prendre en compte cette migration, il est nécessaire de considérer non plus une seule case distance mais un segment basse résolution de K cases distance comprenant la cible migrante [152, 153, 168]. Il est utile ensuite de transposer le signal dans le domaine de la fréquence-courte. Cette opération se réalise en appliquant une transformée de Fourier à chaque impulsion sur ces K cellules de résolution distance comme schématisé dans la figure 7.2. Les K cases distance sont ainsi transformées en K sous-bandes qui couvrent la bande instantanée B . On peut alors montrer que la signature de la cible s'exprime simplement dans le domaine fréquence-courte/temps-long par

$$\begin{aligned} [\mathbf{A}]_{k,m} &= \exp \left\{ j2\pi \left(-\tau_0 \frac{B}{K} k + \frac{2vf_c}{c} T_r m \right) \right\} & (2D\text{-}cisoid) \\ &\times \exp \left\{ j2\pi \frac{2v}{c} \frac{B}{K} T_r km \right\} & (\text{termes croisés}) \end{aligned} \quad (7.4)$$

où k, m sont les indices de sous-bande et d'impulsion, B est la bande instantanée, et τ_0 désigne le délai aller-retour de la cible au début du CPI. Nous avons explicité les calculs menant à l'expression (7.4) dans [29]*, [7]* pour un radar pulsé et dans [26]* pour un radar LFM CW. Une hypothèse forte sur laquelle repose ces derniers est que la migration des cibles est perceptible d'une impulsion à une autre mais est négligeable au sein d'une impulsion, ce qui se traduit respectivement par

$$\begin{aligned} vMT_r &\gg \delta_R \\ vT_p &\ll \delta_R \end{aligned}$$

où T_p est le temps d'une impulsion et $\delta_R = c/(2B)$ est la résolution distance.

Deux termes sont à distinguer dans la signature (7.4). Le premier terme est une exponentielle complexe bidimensionnelle qui représente la signature classique d'une cible pour un radar bande étroite. C'est le pendant de l'expression (7.2) exprimée dans le domaine fréquence-courte/temps-long où apparaît, en sus de la fréquence Doppler, la fréquence en distance ou fréquence de battement

$$f_b = \frac{\tau_0 B}{K} \quad (\text{fréquence normalisée}). \quad (7.5)$$

Le second terme à distinguer dans (7.4) est l'exponentielle complexe comprenant des termes croisés dépendant du produit $k \times m$ qui traduisent un couplage entre la sous-bande et le temps-long ou autrement dit entre la distance et la vitesse de la cible. Ce sont ces termes croisés qui modélise la migration en distance de la cible.

7.2.1.2 Interprétation

Afin de mieux comprendre la signature de cible pour un radar large bande (7.4), il est utile de la représenter dans les quatre domaines temps-court/temps-long, fréquence-courte/fréquence-longue, fréquence-courte/temps-long, et temps-court/fréquence-longue [29]*, [7]*. Ces domaines sont obtenus *ici* par application d'une simple transformée de Fourier pour passer du temps à la fréquence. Un exemple est donné dans la figure 7.3.

En réécrivant, la signature (7.4) des deux manières suivantes

$$[\mathbf{A}]_{k,m} = e^{j2\pi f_d m} e^{-j2\pi k[f_b - \mu f_d m]} \quad (7.6a)$$

$$= e^{j2\pi f_d m[1+\mu k]} e^{-j2\pi f_b k}, \quad (7.6b)$$

où nous avons défini la bande fractionnelle par sous-bande $\mu = \frac{1}{K} \frac{B}{f_c}$, on peut faire les remarques suivantes.

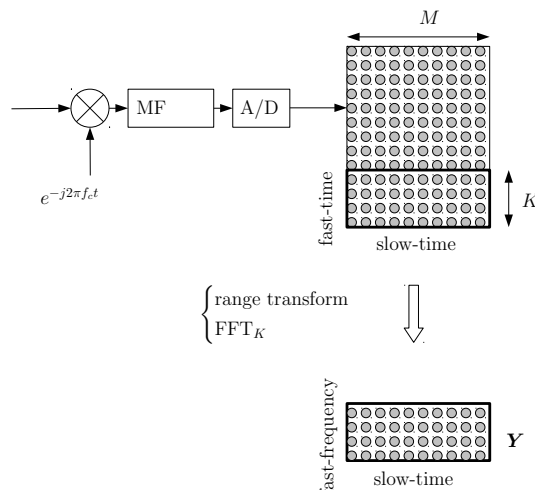


FIGURE 7.2 – Opérations de pré-traitement du signal radar large bande : pré-traitement conventionnel (démodulation, filtre adapté distance, échantillonnage) + sélection de K cases distance + application d’une FFT pour passer dans le domaine sous-bandes.

- Dans le domaine temps-long/temps-court, la cible est localisée sur une droite (cf. figure 7.3(a)) dont l’équation est donnée, d’après (7.6a), par

$$t_{\text{fast}}(m) = K [f_b - \mu f_d m] = \frac{R_0 - vT_r m}{\delta_R} \quad (\text{en case distance})$$

où $R_0 = c\tau_0/2$ est la distance de la cible au début du CPI. La cible est ainsi située initialement à la case distance R_0/δ_R et migre de vT_r/δ_R cases distance entre deux impulsions.

- Dans le domaine fréquence-courte/fréquence-longue, la cible est localisée sur une droite (cf. figure 7.3(d)) dont l’équation est donnée, d’après (7.6b), par

$$f_{\text{na-slow}}(k) = f_d(1 + \mu k) = \frac{2v}{c} f_c T_r + \frac{2v}{c} \frac{B}{K} T_r k \quad (\text{fréquence normalisée}). \quad (7.7)$$

La fréquence longue de la cible est donc initialement égale à la fréquence Doppler f_d et augmente ensuite entre deux sous-bandes de la quantité fractionnelle μf_d .

- Dans le domaine temps-court/fréquence-longue, la réponse de la cible subit un étalement en case distance et fréquence-longue respectivement de $-vMT_r/\delta_R$ et $2vBT_r/c$ à partir du point (f_d, Kf_b) (cf. figure 7.3(b)). L’étalement augmente avec la vitesse de la cible. Il est important de remarquer que la sortie observée ici correspond en fait à un traitement Doppler classiquement mis en œuvre dans les radars de détection à bande étroite [319, ch. 17]. La perte de gain causée par l’étalement illustre bien ici l’inefficacité des traitements classiques dans le cas large bande.
- Dans le domaine fréquence-courte/temps-long, la valeur absolue de l’amplitude de la cible est constante (cf. figure 7.3(c)).

À ce stade, il est utile de remarquer qu’il est plus correct de parler pour la signature (7.4) de point réfléchissant de cible plutôt que de cible. En effet, la résolution distance étant fine (quelques centimètres), une cible peut occuper plusieurs cases distance et est mieux représentée par un ensemble de points réfléchissants dans la scène radar. Dans la suite, nous ne ferons pas systématiquement la distinction de vocabulaire entre “cible” et “point réfléchissant de cible”. Enfin, remarquons que nous admettons dans ces travaux que, pour un radar hautement résolu en distance, une cible est convenablement bien représentée par un ensemble fini de points réfléchissants fixes entre eux. Ce modèle, qui se base sur une approche classique [246, 227], ne prend toutefois pas en compte

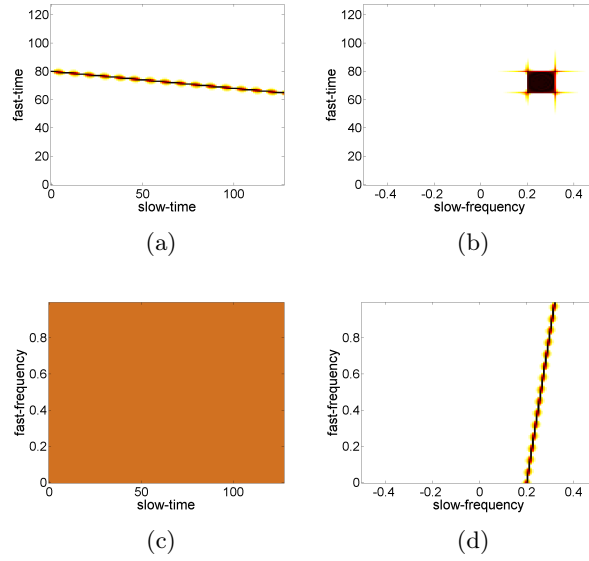


FIGURE 7.3 – Amplitude d’un point réfléchissant en valeur absolue pour une forme d’onde large bande. $f_c = 10$ GHz, $B = 1$ GHz, $M = 128$, $K = 128$, $v = 18$ m/s ($f_d = 1.2$), $Kf_b = 80$. (a) Domaine temps-court/temps-long. (b) Domaine temps-court/fréquence-longue. (c) Domaine fréquence-court/temps-long. (d) Domaine fréquence-court/fréquence-longue.

certaines phénomènes pouvant apparaître avec une large bande instantanée (p.ex., apparition d’une dépendance en fréquence de l’amplitude et de la position de l’élément réfléchissant sur la cible [226]).

7.2.2 Signal total reçu

En pratique, on considère que le signal total reçu peut s’exprimer dans le domaine fréquence-court/temps-long par une matrice \mathbf{Y} de taille $K \times M$ (cf. figure 7.2)

$$\mathbf{Y} = \sum_{\ell=1}^L \alpha_{\ell} \mathbf{A}_{\ell} + \mathbf{N} \quad (7.8)$$

où

L est le nombre d’éléments réfléchissants contenus dans les K cases distance sélectionnées ;

α_{ℓ} , \mathbf{A}_{ℓ} sont respectivement l’amplitude complexe et la signature du ℓ -ième élément réfléchissant ;

\mathbf{N} est la matrice de bruit contenant *a minima* le bruit thermique interne du récepteur.

L’indice ℓ dans \mathbf{A}_{ℓ} sous-entend que la signature dépend des fréquences $f_{b,\ell}$ et $f_{d,\ell}$ du ℓ -ième élément. Les L éléments réfléchissants de la scène radar peuvent constituer les éléments d’une même cible et/ou de cibles différentes. De manière équivalente, on utilise la notation vectorisée

$$\mathbf{y} = \sum_{\ell=1}^L \alpha_{\ell} \mathbf{a}_{\ell} + \mathbf{n} \quad (7.9)$$

où chaque vecteur de longueur KM est obtenu en concaténant les lignes de la matrice correspondante de taille $K \times M$. Le but est alors de recouvrir la scène des cibles radar représentée par les L points réfléchissants contenus dans \mathbf{Y} .

Remarque 1 Dans ce document, sauf indication contraire, 1) les données synthétiques sont générées suivant (7.9) où $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ et $\sigma^2 = 1$; 2) le rapport signal-à-bruit des cibles est défini en post-traitement, en particulier pour la cible ℓ : $\text{SNR}_\ell = KM|\alpha_\ell|^2/\sigma^2$; 3) la forme d'onde considérée est telle que $f_c = 10 \text{ GHz}$, $B = 1 \text{ GHz}$, $f_r = 1 \text{ kHz}$ et donc $\delta_R = 15 \text{ cm}$ $v_a = 15 \text{ m/s}$.

7.3 Analyse spectrale

Pour estimer les points réfléchissants contenus dans la scène radar, nous avons tout d'abord formulé le problème (7.9) comme un problème d'estimation spectrale. Plus précisément, pour un couple de fréquences (f_d, f_b) donné, le signal \mathbf{y} est décomposé sous la forme d'une cible d'amplitude complexe $\alpha(f_d, f_b)$ et d'un terme résiduel $\mathbf{e}(f_d, f_b)$

$$\mathbf{y} = \alpha(f_d, f_b)\mathbf{a}(f_d, f_b) + \mathbf{e}(f_d, f_b). \quad (7.10)$$

Ceci signifie sommairement que $\mathbf{e}(f_d, f_b)$ contient la composante du bruit \mathbf{n} ainsi que les composantes de tous les éléments réfléchissants sauf celui situé potentiellement à la fréquence (f_d, f_b) . Le problème d'estimation spectrale consiste alors à estimer l'amplitude complexe $\alpha(f_d, f_b)$ à partir des données \mathbf{y} . Un spectre idéal pour le signal (7.9) serait défini par

$$\alpha^{\text{ideal}}(f_d, f_b) = \begin{cases} \alpha_\ell & \text{si } f_d = f_{d,\ell} \text{ et } f_b = f_{b,\ell} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.11)$$

Notons que, par rapport à des méthodes conventionnelles, l'enjeu ici est de prendre en compte la migration distance des cibles.

Remarque 2 Du fait de la migration distance, le spectre du signal n'est plus 1-périodique par rapport à la fréquence Doppler normalisée f_d . La migration distance permet en effet de distinguer des cibles qui ont des vitesses séparées d'un multiple de la vitesse ambiguë v_a définie dans (7.1). De fait, le domaine de définition des fréquences pour l'analyse spectrale est choisi par la suite tel que

$$f_b \in [0, 1) \quad \text{et} \quad f_d \in \left[-\frac{n_{va}}{2}, \frac{n_{va}}{2}\right)$$

où n_{va} désigne le nombre total de plages d'ambiguïté vitesse que l'on souhaite analyser/déplier.

Remarque 3 Pour homogénéiser l'affichage des résultats avec la section sur les représentations parcimonieuses 7.4, on représente dans cette partie l'amplitude post-traitement estimée, c'est-à-dire la quantité $10 \log_{10}\{KM|\alpha|^2\}$.

7.3.1 Sommation cohérente

7.3.1.1 Expression et limitation

Le premier estimateur spectral que nous avons étudié est tout simplement l'estimateur des moindres carrés associé au modèle (7.10), c'est-à-dire [159, ch.8],

$$\hat{\alpha}_{\text{ci}}(f_d, f_b) = \arg \min_{\alpha} \|\mathbf{y} - \alpha(f_d, f_b)\mathbf{a}(f_d, f_b)\|_2^2. \quad (7.12)$$

Aucune hypothèse statistique n'est faite sur le signal, et le terme résiduel $\mathbf{e}(f_d, f_b)$ est vu ici comme un simple terme d'erreur à minimiser. Le problème de minimisation quadratique (7.12) se résout directement par

$$\hat{\alpha}_{\text{ci}}(f_d, f_b) = \frac{\mathbf{a}^H(f_d, f_b)\mathbf{y}}{\mathbf{a}^H(f_d, f_b)\mathbf{a}(f_d, f_b)} \quad \text{où} \quad \mathbf{a}^H(f_d, f_b)\mathbf{a}(f_d, f_b) = KM. \quad (7.13)$$

Le principe de l'estimateur est simple, il consiste à sommer les échantillons reçus en cohérence en prenant en compte la migration distance comme le montre son expression développée

$$\hat{\alpha}_{ci}(f_d, f_b) = \frac{1}{KM} \sum_{k,m} [\mathbf{Y}]_{k,m} \underbrace{e^{-j2\pi f_d m} e^{j2\pi f_b k}}_{\text{compensation classique}} \times \underbrace{e^{-j2\pi \mu f_d m k}}_{\text{compensation de la migration}}. \quad (7.14)$$

La sommation cohérente (7.14), qui correspond à une opération de filtrage adapté en bruit blanc, a été proposée dans, p.ex., [168, p. 369]. On en montre ces limites dans les exemples numériques ci-après.

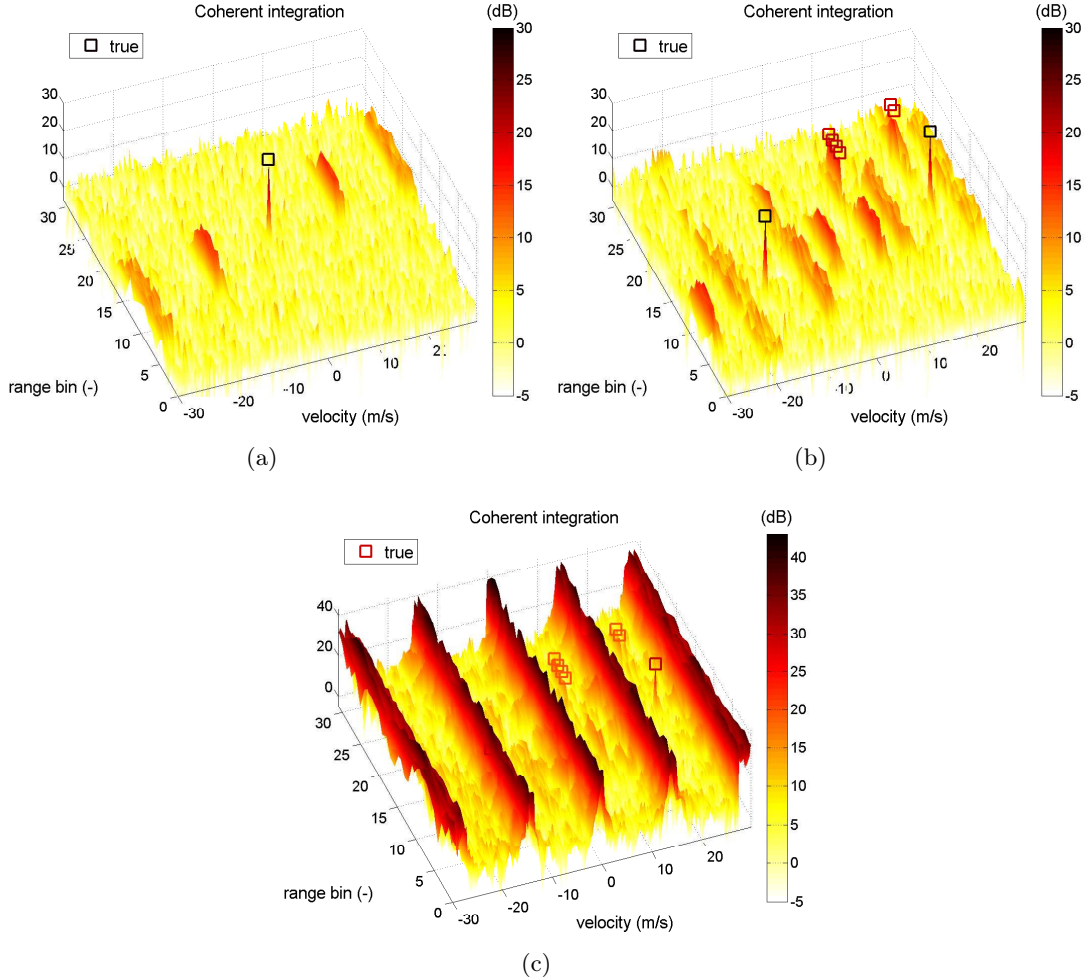


FIGURE 7.4 – Sorties de sommation cohérente pour un radar large bande. La position réelle des cibles est représentée par des carrés. $M = 64$, $K = 32$. (a) Un seul élément réfléchissant noyé dans du bruit thermique. (b) Plusieurs cibles noyées dans du bruit thermique. (c) Plusieurs cibles noyées dans du bruit thermique plus fouillis de sol (généralisé à chaque case distance comme une composante diffuse [58]).

Tout d'abord, la sortie de sommation cohérente pour une scène radar comportant un élément réfléchissant noyé dans du bruit est présenté dans la figure 7.4(a). On observe que l'élément est bien estimé par un pic localisé correctement en distance, vitesse et amplitude. Avec un radar de détection à bande étroite, on observerait ce même pic replié à chaque vitesse ambiguë, c'est-à-dire aux vitesses $v + pv_a$ où $p \in \mathbb{Z}^*$ où v est la vitesse réelle. Ici du fait de la migration distance, les pics de repliement sont transformés en lobes secondaires (le niveau de ces lobes est quantifié dans la section suivante). Si ces lobes ne sont pas gênants dans un tel scénario, l'analyse spectrale basée sur (7.14) s'avère beaucoup moins satisfaisante dans un scénario comportant plusieurs éléments

réfléchissants. Des phénomènes constructifs ou destructifs entre lobes secondaires et principaux peuvent donner lieu à une mauvaise interprétation de la scène. Également, comme illustré dans la figure 7.4(b), une cible étendue en distance de faible amplitude peut être difficilement dissociable d'un lobe secondaire d'une forte cible. Enfin, dans un dernier exemple présenté dans la figure 7.4(c), on simule un scénario comportant du fouillis de sol. Les lobes secondaires liés au fouillis ont tendance à se sommer de manière constructive aux vitesses multiples de v_a (ce phénomène a été observé aussi sur signaux expérimentaux, p.ex. dans [26]*). Pour des radars de détection à bande étroite, ces vitesses sont dites aveugles. Dans notre cas, le niveau des lobes secondaires empêche toujours la détection de cibles localisées à ces vitesses, particulièrement aux premières vitesses aveugles. C'est le cas par exemple, dans la figure 7.4(c), où la cible située à $-v_a = -15$ m/s est cachée dans la réponse du fouillis.

Grâce à ces exemples numériques, on a mis en évidence les limitations d'une estimation spectrale basée sur une simple sommation cohérente. La présence de lobes secondaires aux vitesses ambiguës peut fortement perturber l'interprétation de la scène radar. La méthode ne convient ainsi ni pour un scénario comportant plusieurs cibles ni pour un scénario comportant du fouillis. La sommation cohérente est toutefois un outil d'analyse incontournable et peut être le point d'initialisation d'algorithmes plus avancés (comme ceux décrits dans la section 7.4), d'où son étude plus approfondie résumée ci-après.

7.3.1.2 Algorithme rapide

Principe Nous avons développé en particulier un calcul rapide de la somme $\mathbf{a}^H \mathbf{y}$ intervenant dans l'estimateur spectral (7.13), c'est-à-dire lorsque le vecteur \mathbf{a} est décrit par (7.4) [29]*. Comme indiqué plus tôt, la méthode proposée correspond à une version étendue de la transformée de *Keystone*. Cette dernière a été proposée initialement dans [212] et est utilisée typiquement dans des applications SAR (*Synthetic Aperture Radar*) et ISAR (*Inverse SAR*) pour lesquelles le problème de migration distance des cibles en mouvement est également présent. Cette transformée permet d'éliminer la migration par une technique d'interpolation sur le temps-long. Plusieurs variantes ont été proposées pour cet algorithme [307, 306, 250]. Néanmoins, ces méthodes ne sont pas aptes à compenser la migration pour des cibles rapides, c'est-à-dire celles dont la vitesse est supérieure à la vitesse ambiguë v_a . Pour ce faire, des travaux suggèrent d'appliquer, par plage d'ambiguïté vitesse d'intérêt, une transformée de *Keystone* modifiée par le facteur de dépliement correspondant [301, 175, 211]. Ces méthodes requièrent soit d'avoir une connaissance *a priori* sur la plage d'ambiguïté dans laquelle la cible est contenue soit de mettre en place une recherche de maximum sur l'ensemble des plages d'ambiguïté vitesse testées. La méthode que nous développons ici permet en fait de procéder à une sommation en une seule fois pour toutes les plages d'ambiguïté vitesse d'intérêt. La méthode ne présume pas non plus l'existence d'un seul élément réfléchissant dans les données. À titre de comparaison, les deux algorithmes de sommation cohérente compensant la migration distance sont représentés dans la figure 7.5. Les étapes de la méthode proposée ici sont résumées ci-après.

Domaine fréquence-courte/temps-long Le signal est tout d'abord transposé dans le domaine fréquence-courte/temps-long sur le même principe que décrit dans la section 7.2.1.1 et représenté dans la figure 7.2. À ce stade, les données sont représentées par la matrice \mathbf{Y} de l'équation (7.8).

Sur-échantillonnage du temps-long L'étape suivante consiste à sur-échantillonner le signal sur le domaine du temps-long par le facteur de dépliement n_{va} via insertion de zéros de

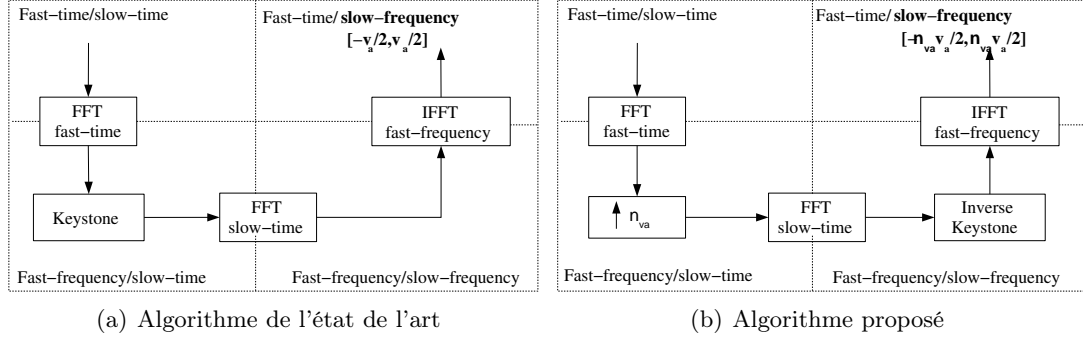


FIGURE 7.5 – Schémas représentatifs d'algorithmes de sommation cohérente avec compensation de migration distance. (a) Méthode basée sur une transformée de *Keystone* [212]. (b) Méthode basée sur une transformée de *Keystone* inverse [29]*.

telle sorte que, pour $k = 0, \dots, K - 1$ and $m = 0, 1, \dots, n_{va}M - 1$,

$$[\tilde{\mathbf{Y}}]_{k,m} = \begin{cases} [\mathbf{Y}]_{k, \frac{m}{n_{va}}} & \text{si } m = 0 \pmod{n_{va}} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.15)$$

Transformée de Fourier sur le temps-long Une transformée de Fourier rapide est ensuite appliquée sur le domaine du temps-long [96]. Le signal étant sur-échantillonné, le spectre obtenu est une version périodisée et donc dépliée d'un facteur n_{va} [204]

$$[\tilde{\mathbf{Y}}]_{k, f_{\text{slow}}} = \sum_{m=0}^{n_{va}M-1} [\tilde{\mathbf{Y}}]_{k,m} e^{-j2\pi m f_{\text{slow}}} = \sum_{m=0}^{M-1} [\mathbf{Y}]_{k,m} \exp \left\{ -j2\pi m \underbrace{n_{va} f_{\text{slow}}}_{\text{déplie}} \right\}. \quad (7.16)$$

\bar{M} désigne le nombre de points ainsi calculés, c'est-à-dire $f_{\text{slow}} \in \{0, \frac{1}{\bar{M}}, \dots, 1 - \frac{1}{\bar{M}}\} - 0.5$. Un facteur de *zeropadding* n_{zp} est appliqué par plage d'ambiguïté vitesse de telle sorte que $\bar{M} = n_{zp}n_{va}M$. On veille à centrer en 0 l'axe des fréquences-longues afin que le domaine des vitesses corresponde effectivement à $[-\frac{n_{va}}{2}v_a, \frac{n_{va}}{2}v_a]$.

Transformée de *Keystone* inverse L'étape suivante de l'algorithme a pour but de réaligner le lieu réel des cibles par rapport au temps-long. Pour ce faire, nous avons proposé de redéfinir la fréquence-longue par une mise à l'échelle

$$f_{\text{slow}} \leftarrow [1 + k\mu]^{-1} f_{\text{slow}} \quad (\text{transformée de } \textit{Keystone} \text{ inverse}) \quad (7.17)$$

de telle sorte qu'on dispose des données interpolées

$$[\tilde{\mathbf{Y}}]_{k, [1+k\mu]f_{\text{slow}}} = \sum_{m=0}^{M-1} [\mathbf{Y}]_{k,m} \exp \{-j2\pi m [1 + k\mu] n_{va} f_{\text{slow}}\}. \quad (7.18)$$

En pratique, cette opération est réalisée par un algorithme d'interpolation ; la méthode choisie devant être compatible avec des données complexes. Il est important de noter ici que l'aspect "rapide" de l'algorithme découle de cette étape. La transformée (7.17) peut en fait être interprétée comme une transformée de *Keystone* inverse. La classique transformée de *Keystone* (directe) est basée sur un principe d'interpolation similaire mais est appliquée dans le domaine du temps-court [212]

$$t_{\text{slow}} \leftarrow [1 + k\mu] t_{\text{slow}} \quad (\text{transformée de } \textit{Keystone})$$

Ces deux transformations sont représentées dans la figure 7.6 ; on y retrouve la forme en clef de voûte éponyme.

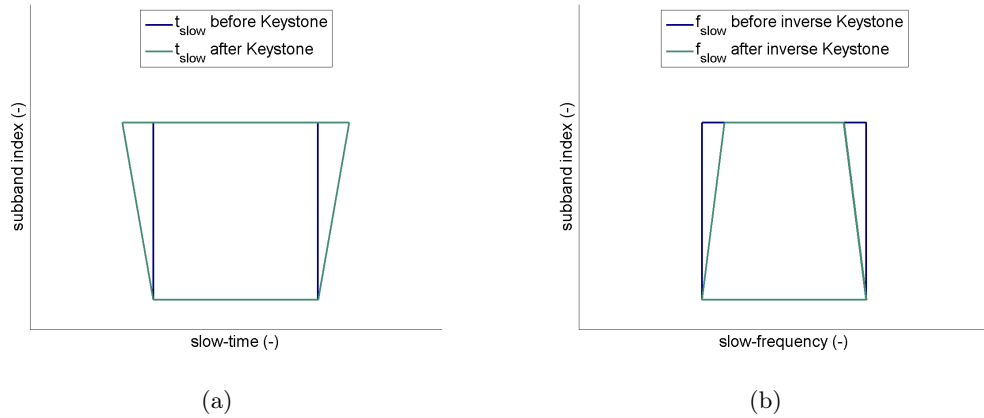


FIGURE 7.6 – Transformation des domaines temps et fréquence pour compenser la migration distance. (a) Transformée de *Keystone* [212]. (b) Transformée de *Keystone* inverse [29]*.

Transformée de Fourier inverse sur la fréquence-courte La dernière étape de l'algorithme est une simple transformée de Fourier inverse rapide qui permet de passer dans le domaine temps-court/fréquence-longue. Le lieu réel des cibles ayant été réaligné par rapport à la fréquence-longue, leur gain sera ainsi préservé en revenant dans le domaine du temps-court. On obtient alors la somme, pour $f_b \in [0, 1)$,

$$\sum_{k=0}^{K-1} [\tilde{\mathbf{Y}}]_{k, [1+k\mu]f_{\text{slow}}} e^{j2\pi f_b k} = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{M-1} [\mathbf{Y}]_{k,m} e^{-j2\pi m[1+k\mu]n_{va}f_{\text{slow}}} e^{j2\pi f_b k} \quad (\text{d'après (7.18)})$$

où on reconnaît finalement la somme $\mathbf{a}^H \mathbf{y}$ intervenant dans (7.13) aux points fréquentiels (f_d, f_b) avec $f_d = n_{va}f_{\text{slow}}$.

Résultats Les performances de l'algorithme rapide proposé dans la section 7.3.1.2 ont été évaluées dans [29]* en fonction du temps de calcul et de l'erreur relative faite par rapport au calcul exact de la somme $\mathbf{a}^H \mathbf{y}$. Il en ressort qu'un gain de temps est significatif si le nombre d'impulsions à traiter est suffisamment grand. Ce gain est d'autant plus important que le facteur de dépliement en vitesse n_{va} augmente. Également, le facteur de *zeropadding* n_{zp} doit être choisi de manière à assurer une précision suffisante sans toutefois augmenter inutilement la charge calculatoire (p.ex., $n_{zp} = 4$ est un bon compromis dans l'exemple de la figure 7.7). Enfin, la méthode d'interpolation choisie découle d'un compromis temps de calcul/précision souhaitée.

7.3.1.3 Fonction d'ambiguïté d'un radar large bande

La fonction d'ambiguïté est un outil d'analyse important en radar qui permet de caractériser succinctement une forme d'onde conjointement au traitement qui lui est adapté [319]. Différentes fonctions d'ambiguïté large bande ont été définies dans la littérature [251, 182, 181, 154, 91, 43]. Sous les hypothèses de notre étude et en adoptant la définition de [168], la fonction d'ambiguïté large bande est donnée ici par

$$\mathcal{X}(f_d, f_b; f_{d,\ell}, f_{b,\ell}) = \mathbf{a}^H(f_d, f_b) \mathbf{a}(f_{d,\ell}, f_{b,\ell}). \quad (7.19)$$

Cette expression correspond à la somme $\mathbf{a}^H \mathbf{y}$ lorsqu'un seul élément réfléchissant de cible de signature \mathbf{A}_ℓ est contenu dans les données, soit $\mathbf{y} = \mathbf{a}_\ell$. La forme de cette fonction est connue [168], et, est représentée dans la figure 7.9(a). On y retrouve l'allure en papillon donnée par les lobes

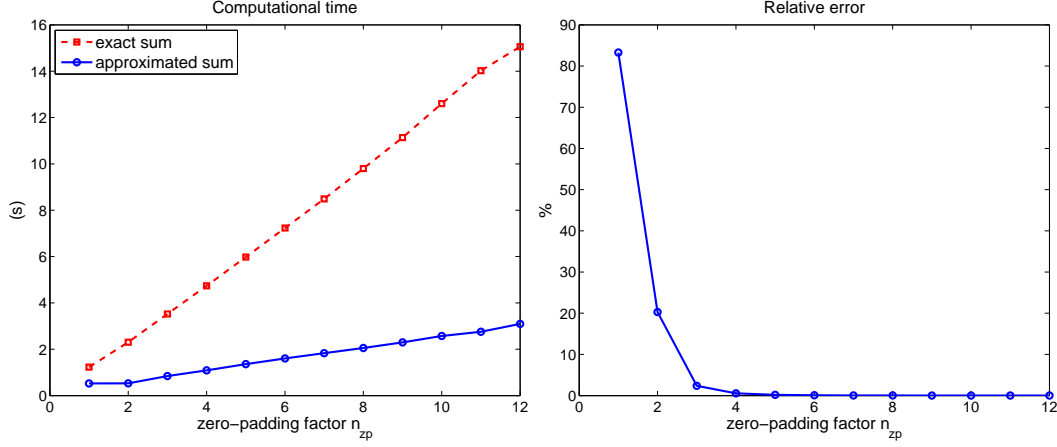


FIGURE 7.7 – Performances de l'algorithme rapide de sommation cohérente [29]* en fonction du temps de calcul et de l'erreur relative par rapport à une somme exacte. $M = 128$, $K = 128$, $L = 1$, $f_{d,1} = 0$, $f_{b,1} = .5$, $n_{va} = 6$, interpolation : 'interp1' de Matlab.

secondaires. Pour décrire de manière simple ces lobes et avoir ainsi un outil d'analyse rapide, il suffit d'exprimer le lieu occupé par l'élément réfléchissant ℓ au fur et à mesure des étapes de l'algorithme de sommation rapide proposé en section 7.3.1.2. En particulier, dans le domaine fréquence-courte/fréquence-longue, le lieu réel de l'élément réfléchissant et celui de son p -ième fantôme ($p \in \mathbb{Z}^*$) sont décrits, avant et après *Keystone* inverse, respectivement par les équations

$$n_{va}f_{na-slow}(k) = \begin{cases} f_{d,\ell} + \mu f_{d,\ell}k & \xrightarrow{\text{inverse Keystone}} f_{d,\ell} & \text{(lieu réel)} \\ f_{d,\ell} + p + \mu f_{d,\ell}k & \xrightarrow{\text{inverse Keystone}} f_{d,\ell} + \frac{p}{1+\mu k} \approx [f_{d,\ell} + p] - p\mu k & \text{(fantôme)} \end{cases}$$

Ces expressions sont illustrées dans la figure 7.8 : la transformée de *Keystone* inverse permet de réaligner le lieu réel de la cible par rapport au temps-long, alors que celui des fantômes est incliné avec une pente $-p\mu$. Lors de la dernière étape de sommation sur la fréquence-courte, ce désalignement engendre un étalement des fantômes ; ce qui se traduit par l'apparition de lobes secondaires. *A contrario*, le lieu réel de la cible étant aligné, il en résulte un pic dont la puissance n'est pas étalée. Ce pic est localisé en vitesse et en case distance au point $(v_a f_{d,\ell}, K f_{b,\ell})$ alors que les lobes secondaires sont décrits approximativement par des parallélépipèdes rectangles tels que

$$\text{position en vitesse/case-distance : } (v_a[f_{d,\ell} + p], K f_{b,\ell}) \quad (7.20a)$$

$$\text{étalement en vitesse : } -p \frac{B}{f_c} v_a \quad (7.20b)$$

$$\text{étalement en case-distance : } pM \frac{B}{f_c} \quad (7.20c)$$

$$\text{niveau relatif du } p\text{-ième lobe secondaire : } \left[pM \frac{B}{f_c} \right]^{-1} = -20 \log_{10} \left\{ pM \frac{B}{f_c} \right\} \text{ dB} . \quad (7.20d)$$

Notons que l'étalement en distance et en vitesse ne dépend pas des caractéristiques de la cible ℓ mais uniquement de celles d'une cible de vitesse pv_a . Il en est de même pour le niveau des lobes secondaires (7.20d) défini comme l'inverse de l'expression (7.20c) qui représente la migration distance, exprimée en case distance, d'une cible de vitesse pv_a durant le CPI. Pour se donner une idée d'ordre de grandeur réaliste, le niveau des lobes secondaires (7.20d) est représenté dans 7.9(b) pour différents scénarios.

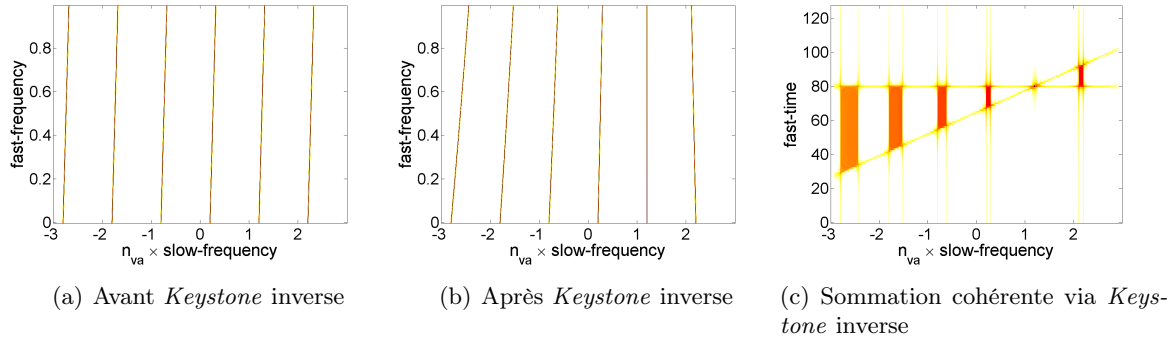


FIGURE 7.8 – Amplitude d'un point réfléchissant en valeur absolue pour une forme d'onde large bande. (a)-(b)-(c) Lieu de la cible pour une transformée de *Keystone* inverse. Note : Une transformée de *Keystone* donnerait, aux erreurs d'interpolation près, l'allure observée dans 7.3(b).

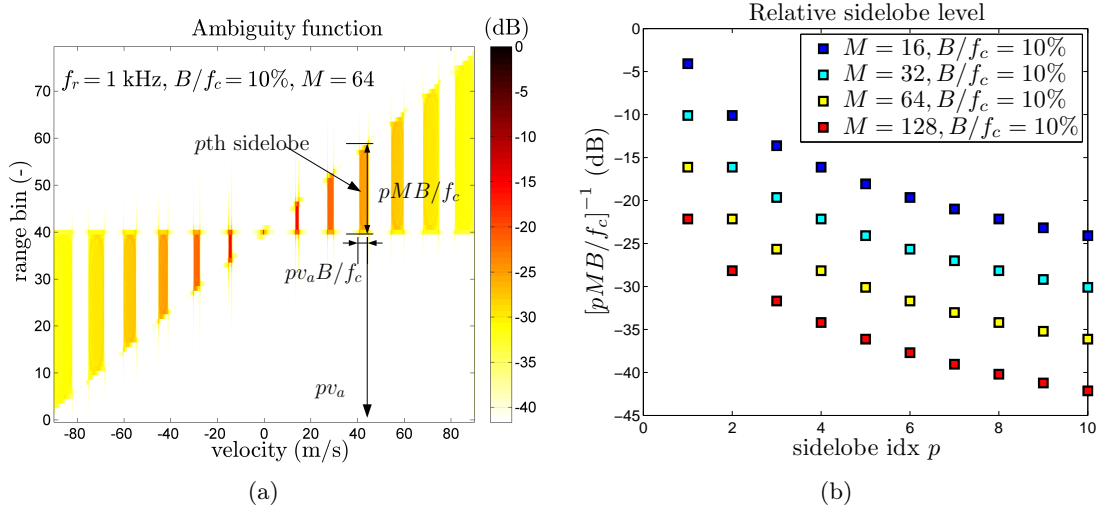


FIGURE 7.9 – Lobes secondaires d'une fonction d'ambiguïté pour un radar large bande. (a) Lieu dans le domaine distance-vitesse. (b) Influence du nombre d'impulsions M .

7.3.2 Banc de filtres adaptatifs

7.3.2.1 Mise en forme du problème

Intérêt d'une estimation adaptative Nous avons introduit dans la section précédente un premier estimateur spectral défini par une simple sommation cohérente (7.13). Dans le cas d'un radar à bande étroite, et donc en l'absence des termes de migration dans la signature (7.4), cet estimateur se réduirait à une transformée de Fourier discrète (DFT, *Discrete Fourier Transform*) bidimensionnelle. Celui-ci est connu pour avoir une faible résolution spectrale mais est robuste par rapport à des estimateurs paramétriques étant donné qu'il ne fait pas d'hypothèse sur la forme du spectre [167]. Afin de concilier les deux aspects, résolution et robustesse, des estimateurs conçus comme des bancs de filtres adaptatifs non-paramétriques ont été proposés. On compte parmi eux essentiellement l'estimateur de Capon [81, 80] et l'APES [177, 176, 259, 258, 257]. Par rapport à une simple sommation cohérente (7.13), ces estimateurs essaient de blanchir le signal avant de le sommer en cohérence [167]. Dans le cas d'un radar large bande, cette action de blanchiment est attractive puisqu'elle offre le potentiel d'épurer l'analyse des lobes secondaires. Pour illustrer ceci, considérons le cas clairvoyant où la matrice de covariance de \mathbf{y} est connue

et notée $\mathbf{Q}(f_d, f_b) \triangleq \mathcal{E} \{ \mathbf{e}(f_d, f_b) \mathbf{e}(f_d, f_b)^H \}$ et les données sont Gaussiennes. L'estimateur du maximum de vraisemblance (ML, *Maximum Likelihood*) de l'amplitude s'exprime alors par

$$\hat{\alpha}_{\text{clair}}(f_d, f_b) = \frac{\mathbf{a}(f_d, f_b)^H \mathbf{Q}^{-1}(f_d, f_b) \mathbf{y}}{\mathbf{a}(f_d, f_b)^H \mathbf{Q}^{-1}(f_d, f_b) \mathbf{a}(f_d, f_b)}.$$

En pratique \mathbf{Q} n'est pas connue, toutefois en remarquant que la matrice de corrélation de \mathbf{y} définie par $\mathbf{R} \triangleq \mathcal{E} \{ \mathbf{y} \mathbf{y}^H \}$ est telle que $\mathbf{R} = \mathcal{E} \{ |\alpha(f_d, f_b)|^2 \} \mathbf{a}(f_d, f_b) \mathbf{a}(f_d, f_b)^H + \mathbf{Q}(f_d, f_b)$ et en utilisant le théorème d'inversion matricielle [141], on obtient aisément la nouvelle expression

$$\hat{\alpha}_{\text{clair}}(f_d, f_b) = \frac{\mathbf{a}(f_d, f_b)^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{a}(f_d, f_b)^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(f_d, f_b)}. \quad (7.21)$$

Cette amplitude est représentée dans la figure 7.10 pour un scénario comportant deux éléments réfléchissants noyés dans un bruit blanc Gaussien. On peut voir que, contrairement à une analyse par sommation cohérente, chaque point réfléchissant est représenté par un pic fin sans lobes secondaires. Ceci reste vrai dans la figure 7.10(b) où chacune des cibles est située dans le premier lobe secondaire de l'autre. La matrice \mathbf{R} intervenant dans (7.21) a donc bien une action blanchissante des lobes secondaires.

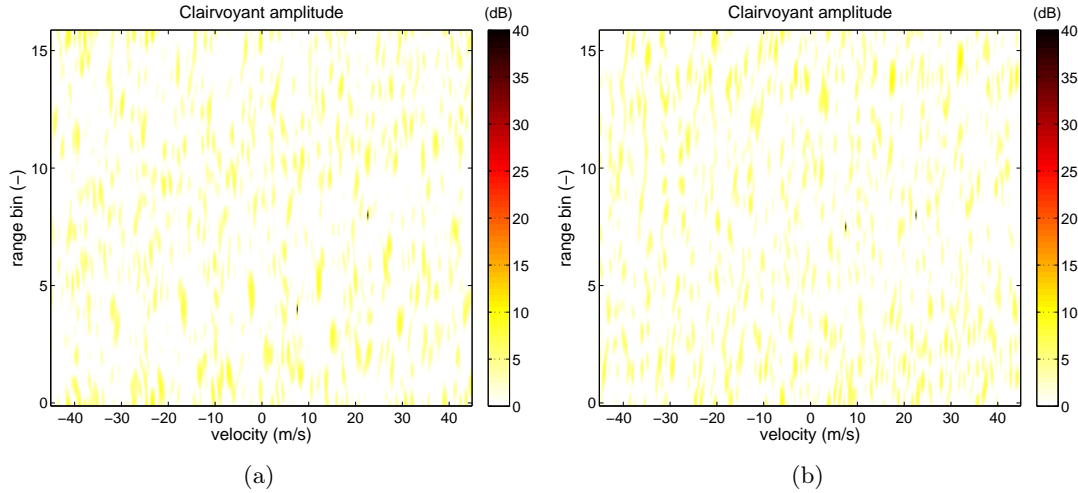


FIGURE 7.10 – Estimation spectrale pour un signal radar large bande. Amplitude estimée dans le cas clairvoyant (7.21). Données synthétiques. $M = 16$, $K = 16$. (a) Cibles : $(v_1, K f_{b,1}) = (0.5v_a, 4)$, $(v_2, K f_{b,2}) = (1.5v_a, 8)$, $\text{SNR}_{1,2} = 40$ dB. (b) Cible 1 : $(v_1, K f_{b,1}) = (0.5v_a, 7.5)$.

Problème de mise en œuvre L'estimateur (7.21) est donc attractif par rapport à une simple sommation cohérente. Néanmoins, il n'est pas implémentable puisqu'il requiert la connaissance de la matrice de corrélation \mathbf{R} ou plus précisément de la matrice de covariance \mathbf{Q} . En pratique, celle-ci doit être estimée. Une stratégie classique est de constituer à partir de l'observation \mathbf{y} un jeu de données $\{\mathbf{y}_{p,q}\}$ à partir duquel la matrice est estimée [167]. Plus exactement, l'estimation a lieu dans un espace de plus petite dimension définie par la longueur des vecteurs $\{\mathbf{y}_{p,q}\}$. En particulier, le jeu de données est obtenu par application d'une fenêtre glissante de taille $\tilde{K} \times \tilde{M}$ sur la matrice \mathbf{Y} . $N_k N_M$ sous-fenêtres peuvent être ainsi créées avec $N_K = K - \tilde{K} + 1$ et $N_M = M - \tilde{M} + 1$. Chacune d'entre elles donne lieu après vectorisation à un sous-vecteur $\mathbf{y}_{p,q}$ de longueur $\tilde{K} \tilde{M}$. Partant du modèle (7.10), celui-ci s'exprime, pour $p = 0, \dots, N_M - 1$ et $q = 0, \dots, N_K - 1$, par

$$\mathbf{y}_{p,q} = \alpha(f_d, f_b) \mathbf{a}_{p,q}(f_d, f_b) + \mathbf{e}_{p,q}(f_d, f_b). \quad (7.22)$$

Dans le cas d'un radar à bande étroite où le phénomène de migration distance est négligeable, les sous-vecteurs $\mathbf{e}_{p,q}$ partagent la même matrice de covariance. En faisant alors l'hypothèse que les sous-vecteurs $\mathbf{y}_{p,q}$ sont indépendants et distribués de manière Gaussienne, il est possible d'obtenir l'estimateur ML de l'amplitude $\alpha(f_d, f_b)$, qui n'est autre que l'APES [177]. La méthode de Capon est obtenue de manière similaire mais correspond à un estimateur ML en deux temps [167]. Toutefois, dans notre cas, du fait de la migration distance, les matrices de covariance des termes résiduels $\mathbf{e}_{p,q}$ ne sont pas égales entre elles, on les note ²

$$\mathcal{E}\{\mathbf{e}_{p,q}\mathbf{e}_{p,q}^H\} \triangleq \mathbf{Q}_{p,q}.$$

Également, les vecteurs de pointage $\mathbf{a}_{p,q}$ contiennent un terme de migration comme ci-après

$$\mathbf{a}_{p,q} = \exp\{j2\pi[-f_b q + f_d p + \mu f_d p q]\} \mathbf{a}_{0,0} \odot \{\mathbf{b}_p \otimes \mathbf{c}_q\} \quad (7.23)$$

où \odot et \otimes désignent respectivement le produit d'Hadamard et de Kronecker, $\mathbf{a}_{0,0}$ résulte de la vectorisation de la matrice \mathbf{A} décrite par (7.4) lorsqu'elle est de taille $\tilde{K} \times \tilde{M}$, et où

$$\mathbf{b}_p = \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi p \mu f_d} & \dots & e^{j2\pi p \mu f_d (\tilde{K}-1)} \end{bmatrix}^T \quad \text{et} \quad \mathbf{c}_q = \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi q \mu f_d} & \dots & e^{j2\pi q \mu f_d (\tilde{M}-1)} \end{bmatrix}^T.$$

Le phénomène de migration distance empêche donc l'utilisation directe des estimateurs spectraux usuels tels que l'APES et le Capon. Nous nous sommes attachés à étendre ceux-ci au cas d'un radar large bande [31, 28, 7].

7.3.2.2 W-APES et W-Capon

Dans un premier temps, nous avons développé deux estimateurs, le W-APES et le W-Capon (la lettre W se référant à l'aspect large bande), basés sur le principe du maximum de vraisemblance [159]. En restant sous l'hypothèse d'observations indépendantes et gaussiennes, obtenir l'estimateur ML de l'amplitude α est un problème mal posé à moins de disposer, par exemple, d'une relation entre les $\mathbf{Q}_{p,q}$. Pour contourner ce problème, nous avons ainsi fait l'hypothèse simplificatrice que les matrices sont toutes égales entre elles et telles que

$$\mathbf{Q}_{p,q} = \mathbf{Q}, \quad \forall p, q. \quad (7.24)$$

Ceci revient à prendre en compte la migration distance de la cible sous-test au point fréquentiel (f_d, f_b) mais à négliger la migration des autres cibles contenues dans $\mathbf{e}_{p,q}$. Le logarithme de la fonction de vraisemblance normalisée devient alors

$$\Lambda(\{\mathbf{y}_{p,q}\}|\alpha, \mathbf{Q}) = -\ln(|\mathbf{Q}|) - \text{Tr} \left\{ \mathbf{Q}^{-1} \frac{1}{N_M N_K} \sum_{p,q} (\mathbf{y}_{p,q} - \alpha \mathbf{a}_{p,q})(\mathbf{y}_{p,q} - \alpha \mathbf{a}_{p,q})^H \right\} \quad (7.25)$$

où $\text{Tr}\{\}$ est la trace d'une matrice. Nous avons, à partir de (7.25), défini deux estimateurs.

W-APES Le premier estimateur spectral est simplement l'estimateur du maximum de vraisemblance de α par rapport à la vraisemblance (7.25). On dénomme celui-ci W-APES; il est défini par

$$\hat{\alpha}_{\text{wapes}} = \arg \max_{\alpha} \left\{ \max_{\mathbf{Q}} \Lambda(\{\mathbf{y}_{p,q}\}|\alpha, \mathbf{Q}) \right\}. \quad (7.26)$$

Nous avons montré dans [7]^{*} que le problème d'optimisation (7.26) appartient à une classe de problèmes connus dans la littérature et qui ne semblent pas avoir de solution en forme directe [178, 281]. Une fois ce résultat mis en évidence, nous nous sommes tournés vers une approche

2. Pour alléger les notations, la dépendance en fréquence (f_d, f_b) n'a pas été, et ne sera plus systématiquement, explicitée bien qu'elle soit à prendre en compte.

alternative qui consiste en une maximisation alternée de (7.25) [256]. L'algorithme que nous avons mis en place pour obtenir $\hat{\alpha}_{\text{wapes}}$ se décrit par les deux étapes suivantes

$$\alpha = \frac{\sum_{p,q} \mathbf{a}_{p,q}^H \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{y}_{p,q}}{\sum_{p,q} \mathbf{a}_{p,q}^H \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{a}_{p,q}} \quad (7.27a)$$

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{N_M N_K} \sum_{p,q} (\mathbf{y}_{p,q} - \alpha \mathbf{a}_{p,q})(\mathbf{y}_{p,q} - \alpha \mathbf{a}_{p,q})^H. \quad (7.27b)$$

En pratique, nous avons initialisé \mathbf{Q} avec la matrice de corrélation des échantillons, définie par

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{scm}} = \frac{1}{N_M N_K} \sum_{p,q} \mathbf{y}_{p,q} \mathbf{y}_{p,q}^H. \quad (7.28)$$

Notons que pour chaque nouvelle fréquence d'analyse (f_d, f_b) , l'itération (7.27), qui dépend de la signature de cible, doit être remise en place, ce qui rend l'estimateur complexe.

W-Capon Nous avons proposé un second estimateur spectral dont le but est de réduire le coût calculatoire du W-APES. Le principe de celui-ci s'inspire de la méthode de Capon et consiste en un estimateur ML en deux temps. Dans une première étape, on suppose la matrice de covariance \mathbf{Q} connue et on trouve l'amplitude α qui maximise (7.25). Dans un second temps, la matrice de covariance \mathbf{Q} est remplacée par une estimée, qui est la matrice de corrélation des échantillons (7.28). On dénomme par W-Capon l'estimateur ainsi obtenu. En suivant la procédure décrite, il s'exprime simplement par

$$\hat{\alpha}_{\text{wcapon}} = \frac{\sum_{p,q} \mathbf{a}_{p,q}^H \hat{\mathbf{R}}_{\text{scm}}^{-1} \mathbf{y}_{p,q}}{\sum_{p,q} \mathbf{a}_{p,q}^H \hat{\mathbf{R}}_{\text{scm}}^{-1} \mathbf{a}_{p,q}}. \quad (7.29)$$

En plus d'avoir une expression sous forme directe, l'estimateur W-Capon (7.29) ne requiert l'inversion que d'une seule matrice, $\hat{\mathbf{R}}_{\text{scm}}$, qui ne dépend pas du point d'analyse fréquentiel (f_d, f_b) . Sa mise en œuvre est donc bien moins complexe que celle du W-APES.

7.3.2.3 Itératif W-Capon

Les deux estimateurs spectraux proposés, W-APES (7.26) et W-Capon (7.29), prennent en compte les termes de migration de la cible sous-test mais ignorent ceux des autres éléments réfléchissants de la scène radar. Comme nous le verrons ci-après, si ces derniers ont de fortes vitesses, leur migration ne peut être négligée qu'au prix d'une dégradation de performance des estimateurs. Nous avons ainsi proposé un dernier estimateur spectral qui tente de prendre en compte le phénomène de migration de tous les éléments réfléchissants présents dans la scène radar [28]*, [7]*. En particulier, une version modifiée du W-Capon, dénommée iW-Capon (la lettre i pour itératif), a été mise en œuvre comme ci-après

$$\hat{\alpha}_{\text{iwcapon}} = \frac{\sum_{p,q} \mathbf{a}_{p,q}^H \hat{\mathbf{R}}_{p,q}^{-1} \mathbf{y}_{p,q}}{\sum_{p,q} \mathbf{a}_{p,q}^H \hat{\mathbf{R}}_{p,q}^{-1} \mathbf{a}_{p,q}} \quad (7.30)$$

où $\hat{\mathbf{R}}_{p,q}$ est un estimateur structuré de la matrice de corrélation $\mathbf{R}_{p,q}$ tel que

$$\hat{\mathbf{R}}_{p,q} = \sum_{\ell=1}^{\hat{L}} |\hat{\alpha}_{\ell}|^2 \hat{\mathbf{a}}_{\ell,p,q} \hat{\mathbf{a}}_{\ell,p,q}^H + \hat{\mathbf{R}}_n \quad (7.31)$$

avec

- \hat{L} le nombre estimé d'éléments réfléchissants dans la scène radar ;
- $\hat{\alpha}_\ell$ l'amplitude complexe du ℓ -ième élément réfléchissant ;
- $\hat{\mathbf{a}}_{\ell,p,q}$ le vecteur de pointage du ℓ -ième élément réfléchissant ayant pour fréquence estimée $(\hat{f}_{d,\ell}, \hat{f}_{b,\ell})$;
- $\hat{\mathbf{R}}_n$ une matrice de covariance non-structurée qui contient la composante stationnaire du bruit, c'est-à-dire ne dépendant pas de l'indice (p, q) .

Cet estimateur se base donc sur l'hypothèse que la scène radar est constituée d'un nombre fini d'éléments réfléchissants et d'une composante de bruit stationnaire. Pour estimer les paramètres inconnus des matrices de corrélation (7.31), une stratégie proche de celle de la méthode CLEAN a été mise en place [142, 277]. Partant de l'hypothèse que le signal d'intérêt est parcimonieux, c'est-à-dire L petit, le point de plus forte puissance en sortie d'un estimateur de type W-Capon (7.29) correspond certainement à un vrai élément réfléchissant. Autrement dit, il y a peu de chance qu'il soit le fruit d'une interférence constructive des lobes secondaires d'autres cibles. On peut alors supposer temporairement que la non-stationnarité des matrices \mathbf{R}_{pq} est causée par cet unique élément réfléchissant, soit $L = 1$. La partie non-stationnaire de (7.31) est alors construite avec l'amplitude $\hat{\alpha}_1$ et les fréquences $(\hat{f}_{d,1}, \hat{f}_{b,1})$ estimées du point le plus brillant alors que la partie stationnaire de (7.31) est estimée comme la matrice de corrélation des échantillons issus de l'observation \mathbf{y} à laquelle on a retiré la contribution du premier élément réfléchissant estimé. Les matrices $\mathbf{R}_{p,q}$ ainsi estimées prennent en compte la non-stationnarité du premier élément réfléchissant. L'analyse spectrale est alors reconduite via (7.30) à l'aide de ces nouvelles matrices. À ce stade, on peut ainsi espérer que les lobes secondaires dus au premier élément réfléchissant seront suffisamment atténués pour que le second point le plus brillant corresponde à son tour à un vrai élément réfléchissant. Les matrices $\mathbf{R}_{p,q}$ peuvent être alors ré-estimées en supposant que leur partie non-stationnaire est due aux deux points les plus brillants. Le processus peut être répété jusqu'à ce que tous les éléments réfléchissants de la scène aient été pris en compte dans (7.31). Les détails algorithmiques sont consignés dans [7]*.

7.3.2.4 Résultats

Données synthétiques Les performances des estimateurs spectraux W-APES, W-Capon et iW-Capon sont illustrées sur données synthétiques dans la figure 7.11. Les trois nouvelles méthodes permettent de diminuer le niveau des lobes secondaires par rapport à ceux qui seraient observés en sortie de sommation cohérente. Ceux-ci ne sont plus visibles en sortie de la méthode iW-Capon. Ils restent toutefois à des niveaux relativement importants pour les techniques W-Capon et W-APES et sont d'autant plus forts que la vitesse de l'élément réfléchissant est grande. En ce qui concerne la résolution d'analyse, elle est plus fine pour la méthode W-Capon que pour celle du W-APES (ce résultat est conforme aux observations faites à ce sujet pour les versions initiales des méthodes Capon et APES [177]). Quant à la méthode iW-Capon, elle affiche la meilleure résolution d'analyse. C'est cette méthode qui donne de manière globale la meilleure représentation par rapport à la scène à estimer. Dans la figure 7.12, est traité le cas plus ambitieux où les deux éléments réfléchissants sont en compétition. Les lobes secondaires sont alors moins bien éliminés et la résolution de l'analyse est dégradée. Ces deux tendances sont observées pour les trois estimateurs, la technique iW-Capon (seule représentée) restant la plus satisfaisante.

Données expérimentales Les performances des trois nouveaux estimateurs spectraux sont également illustrées dans la figure 7.13 sur un jeu de données réelles fournies par l'université technique de Delft (cf. section 6.2). Une opération de pré-filtrage du fouillis, via une méthode *ad hoc*, est opérée dans un premier temps. Le but est de respecter l'hypothèse suivant laquelle l'algorithme iW-Capon est construit, à savoir celle d'un faible nombre d'éléments réfléchissants

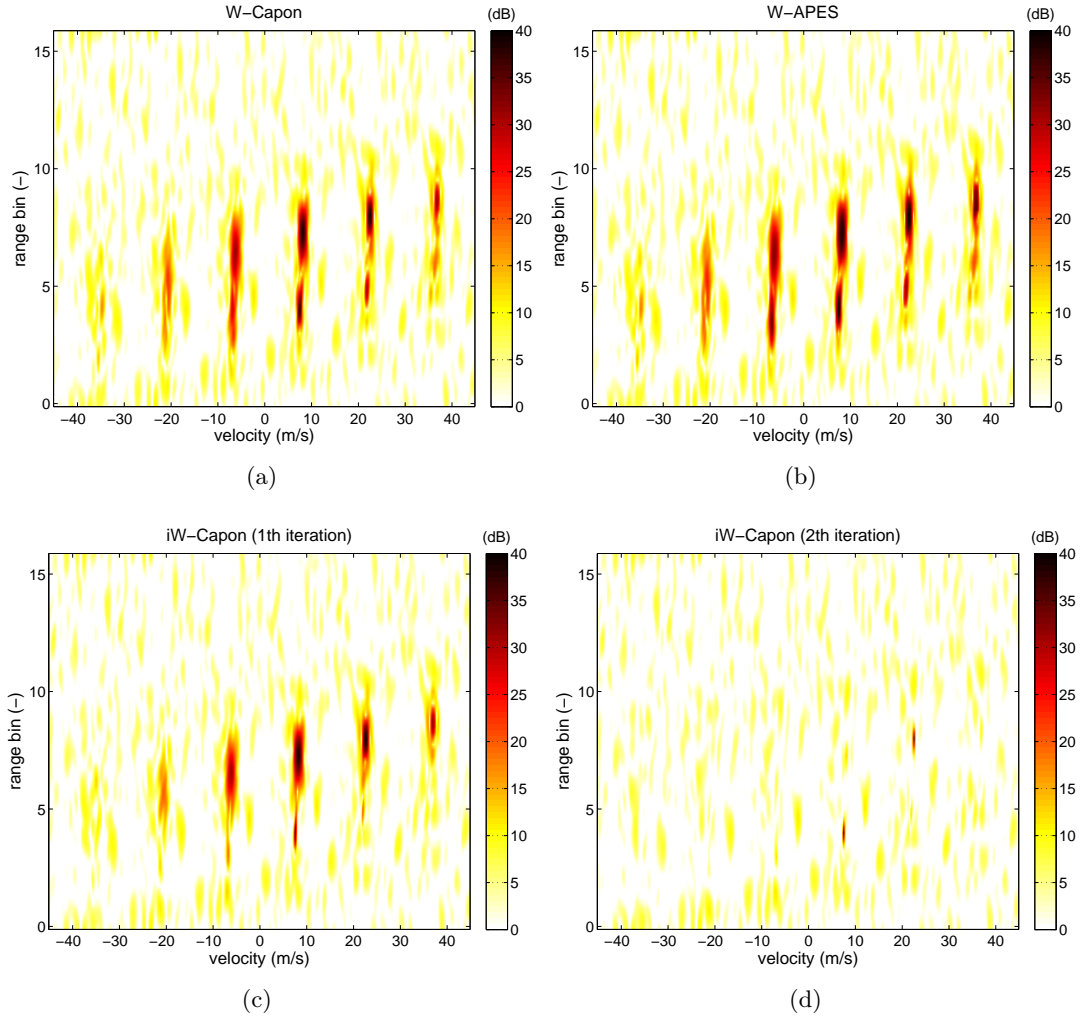


FIGURE 7.11 – Estimation spectrale pour un signal radar large bande. Données synthétiques. $M = 16$, $K = 16$, 2 cibles : $(v_1, K f_{b,1}) = (0.5v_a, 4)$, $(v_2, K f_{b,2}) = (1.5v_a, 8)$, $\text{SNR}_{1,2} = 40$ dB, $(\bar{K}, \bar{M}) = (\frac{K}{4}, \frac{M}{4})$, facteur de sur-échantillonnage de la grille en distance et vitesse : 4. (a) W-Capon. (b) W-APES. (c)-(d) iW-Capon.

dans la carte. Également, le niveau des lobes secondaires des techniques W-APES et W-Capon ne permettent pas d'envisager une détection des cibles aux vitesses aveugles du fouillis. Tout comme pour les données synthétiques, on s'attache ainsi à observer la capacité des estimateurs à lever les ambiguïtés en vitesse des cibles *exo-clutter*. On observe ici encore la levée d'ambiguïté opérée par les estimateurs W-Capon, W-APES et iW-Capon par rapport à une simple sommation cohérente. En particulier, plusieurs éléments réfléchissants semblent être présents dans ce scénario à la vitesse $v_a/2$. (Notons qu'avec une simple analyse Doppler, le signe de la vitesse de ces cibles ne pourrait pas être déterminé). Les tendances observées sur données synthétiques restent d'actualité ici. En particulier, l'estimateur iW-Capon apparaît toujours être la méthode la plus performante en termes de résolution, d'estimation d'amplitude et de levée des ambiguïtés vitesse.

7.3.3 Bilan

Dans cette première approche, nous avons tenté de définir des estimateurs spectraux aptes à prendre en compte la migration des cibles et capables de lever les ambiguïtés vitesse. Une sommation cohérente compensant simplement les termes de migration distance présente de forts

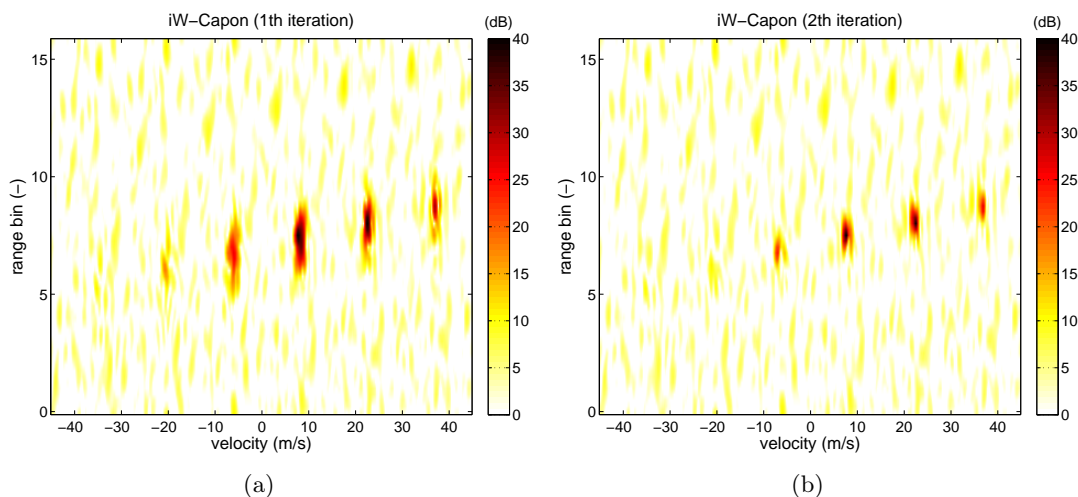


FIGURE 7.12 – Estimation spectrale pour un signal radar large bande. Scénario de la figure 7.11 excepté pour la cible 1 $(v_1, Kf_{b,1}) = (0.5v_a, 7.5)$. (a)-(b) iW-Capon.

lobes secondaires et ne permet pas d’atteindre ce dernier objectif. Afin de diminuer le niveau de ces lobes, les estimateurs W-Capon, W-APES et iW-Capon ont été décrits comme des extensions d’estimateurs spectraux conventionnels utilisés pour les radars à bande étroite. Les deux premières méthodes permettent d’abaisser le niveau des lobes secondaires mais cette diminution n’est pas suffisante pour des scénarios réalistes en particulier si des cibles de forte vitesse sont présentes. La méthode iW-Capon nous a donné les meilleures représentations en termes de résolution d’analyse et de levée d’ambiguïté, en particulier pour les cibles isolées. Mais ceci est au prix d’un coût calculatoire important. Ce coût est accentué par le caractère hautement résolu de la technique qui nécessite de fait un pas de grille d’analyse fréquentielle fin. De plus, la méthode étant basée sur une approche de type CLEAN, elle nécessite de spécifier un critère d’arrêt décidant si tous les éléments réfléchissants de la scène radar ont été pris en compte. Ce critère peut fortement jouer sur les performances de la méthode. Enfin, notons que ces trois estimateurs ne sont pas aptes à prendre en compte de manière efficace la présence de fouillis de sol.

7.4 Représentation parcimonieuse Bayésienne

Étant donné les limites des estimateurs spectraux présentés dans la section (7.3), nous nous sommes ainsi tournés vers une nouvelle approche que sont les techniques de représentation parcimonieuse du signal (*SSR, Signal Sparse Representation*). L’objectif final est en soi similaire à celui d’une estimation spectrale. En effet, on cherche à obtenir une représentation idéale telle que décrite par (7.11) où seules les cases d’analyse comportant des éléments réfléchissants seraient non-nulles. Néanmoins, le cadre algorithmique des techniques SSR est suffisamment différent de celui de la section 7.3 pour justifier d’une section à part entière. Il s’agit ici en effet de décrire le signal d’intérêt (les cibles migrantes) par un petit nombre d’atomes issus d’un dictionnaire d’analyse.

Les techniques SSR ont connu un essor certain ces dernières années dans la communauté du traitement du signal et ont été particulièrement développées dans le cadre de l’échantillonnage compressé (CS, *Compressed Sensing*). Le CS est un nouveau paradigme du traitement du signal qui stipule qu’un signal parcimonieux peut être correctement reconstruit à partir d’observations échantillonnées en dessous de la limite de Shannon [105, 78]. L’échantillonnage compressé peut être vu comme un problème en deux temps dans lequel un schéma d’échantillonnage est d’abord

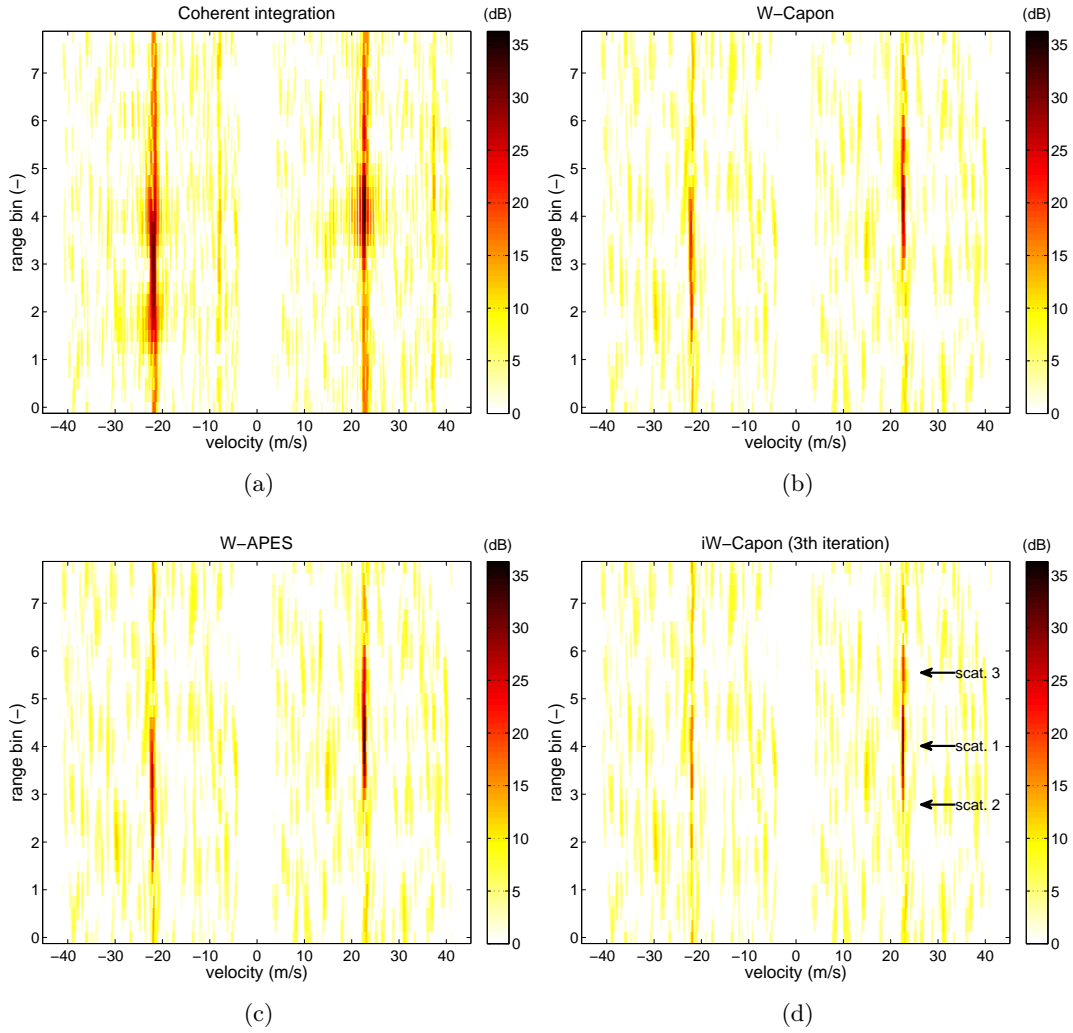


FIGURE 7.13 – Estimation spectrale pour un signal radar large bande. Données PARSAX. $f_c = 3.315$ GHz, $B = 100$ MHz ($\delta_R = 1.5$ m), $f_r = 1$ kHz ($v_a = 45.25$ m/s), $M = 80$, $K = 8$, $(\tilde{K}, \tilde{M}) = (\frac{K}{4}, \frac{M}{4})$, facteur de sur-échantillonnage de la grille en distance et vitesse : 4. (a). Sommation cohérente. (b) W-Capon. (c) W-APES. (d) iW-Capon.

défini, puis dans un second temps, le signal d'intérêt est reconstruit sous contrainte de parcimonie via une méthode SSR. Le CS est ainsi une approche attractive pour de nombreux domaines dont, naturellement, celui du radar [170, 65, 111, 260, 218, 48]. De nombreuses techniques SSR ont vu le jour parmi lesquelles on peut citer : les méthodes de type moindres carrés pénalisés (p.ex., Basis Pursuit [278], Lasso [268]), les techniques à seuillage doux ou dur (p.ex. [71]), et les algorithmes gloutons qui permettent de décroître le coût calculatoire au prix d'une performance dégradée (p.ex., les méthodes CLEAN³ [142], l'OMP [273]).

Dans le cadre de notre étude, l'échantillonnage n'est pas remis en cause mais il conduit, de par sa nature, à des observations repliées dans le domaine de la vitesse. En effet, rappelons qu'une basse PRF est considérée ici. Une méthode SSR offre alors le potentiel de reconstruire, à partir de ces observations sous-échantillonnées, le signal d'intérêt de manière non-ambiguë, c'est-à-dire de lever les ambiguïtés vitesse. L'approche SSR est ainsi attractive car, grâce à ses propriétés déconvolutantes, elle offre le potentiel d'améliorer le contraste de la scène radar [208, 170]. En

3. Notons à ce titre que l'estimateur iW-Capon introduit dans la section précédente peut être vu comme une technique s'approchant des méthodes SSR.

particulier, une représentation sans lobes secondaires est favorable à la détection de cibles de faible puissance cachées dans les lobes de cibles fortes, et, par voie de conséquence, à la détection de cibles cachées dans les vitesses aveugles du fouillis.

Afin de définir des schémas SSR pour le radar large bande, nous avons ainsi, dans un premier temps, explicité un dictionnaire permettant de favoriser la représentation parcimonieuse des éléments ponctuels de la scène. À partir de celui-ci plusieurs algorithmes ont été développés en adoptant un cadre de travail Bayésien. Ce cadre nous offre une grande flexibilité pour modéliser les données et prendre en compte, par exemple, la présence d'une composante diffuse de fouillis ou le phénomène de chevauchement des cibles sur les cases d'analyse. Également, pour rendre notre approche attractive pour le radariste, nous nous sommes intéressés à réduire le coût calculatoire des méthodes proposées via une approche sous-optimale.

7.4.1 Mise en forme du problème

Ré-interprétation de la signature d'un point réfléchissant Afin d'obtenir un dictionnaire favorisant la parcimonie, nous avons fait un premier travail de réécriture de la signature de l'élément réfléchissant (7.4) comme suit [4]*

$$[\mathbf{A}]_{k,m} = \exp \left\{ j 2\pi \left(-\tau_0 \frac{B}{K} k + \frac{2vf_c}{c} T_{r,k} m \right) \right\} \quad (7.32)$$

où

$$T_{r,k} = \left(1 + \frac{B}{K f_c} k \right) T_r. \quad (7.33)$$

D'après ces expressions, il apparaît que pour un indice de sous-bande fixé k , le signal de l'élément réfléchissant est une *cisoid* unidimensionnelle de même fréquence Doppler (exprimée en Hertz, soit $2v/\lambda_c$) que dans (7.4) mais ayant une période d'échantillonnage $T_{r,k}$ dépendant de k . Cette période, décrite dans (7.33), augmente linéairement avec l'indice de sous-bande. La forme d'onde considérée étant à basse PRF, ceci implique que le phénomène de repliement associé au domaine du temps-long existe dès la première sous-bande $k = 0$ et s'intensifie avec l'indice de sous-bande k . Ce phénomène est illustré dans la figure 7.14 où la même sinusoïde a été représentée K fois mais avec une période d'échantillonnage croissante avec l'indice k (représenté par des cercles). Plus l'indice de sous-bande augmente, plus la sinusoïde réellement observée est lente. Notons que l'interprétation ainsi faite de la signature (7.32) illustre bien la notion de diversité fréquentielle apportée par une forme d'onde à large bande instantanée.

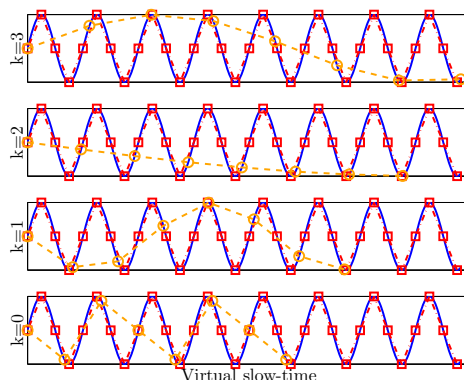


FIGURE 7.14 – Observation et ré-échantillonnage d'une *cisoid*. La ligne en trait plein représente la version analogique d'une *cisoid* de fréquence $2v/\lambda_c$. Les cercles représentent les données observées avec une période $T_{r,k}$. Les carrés représentent les échantillons de la *cisoid* obtenus avec une période d'échantillonnage plus fine T_r et indépendante de l'indice de sous-bande k .

Reconstruction de Shannon D'après le théorème de reconstruction de Shannon [241], chaque élément $[\mathbf{A}]_{k,m}$ peut être réécrit par la formule d'interpolation

$$[\mathbf{A}]_{k,m} = \sum_{\bar{m}=-\infty}^{+\infty} [\bar{\mathbf{A}}]_{k,\bar{m}} \operatorname{sinc} \left\{ \pi \left(m \frac{T_{r,k}}{\bar{T}_r} - \bar{m} \right) \right\} \quad (7.34)$$

où \bar{T}_r est une période d'échantillonnage (à définir par le radariste) qui respecte le théorème de Shannon, c'est-à-dire

$$\frac{2v_{\max}}{\lambda_c} < \frac{1}{2\bar{T}_r} \quad (7.35)$$

et $\bar{\mathbf{A}}$ est une *cisoid* bidimensionnelle associée aux fréquences $(-\tau_0, 2vf_c/c)$, exprimées respectivement en seconde et Hertz, et aux périodes d'échantillonnage $(B/K, \bar{T}_r)$, exprimées respectivement en Hertz et seconde

$$[\bar{\mathbf{A}}]_{k,\bar{m}} = \exp \left\{ j 2\pi \left(-\tau_0 \frac{B}{K} k + \frac{2vf_c}{c} \bar{T}_r \bar{m} \right) \right\}. \quad (7.36)$$

Pour une sous-bande donnée k , le signal (7.36) correspond à la même *cisoid* unidimensionnelle que dans (7.32) mais avec une fréquence d'échantillonnage $\bar{f}_r = 1/\bar{T}_r$ constante par rapport à l'indice de sous-bande et choisie suffisamment grande pour éviter le phénomène de repliement. Ces échantillons sont représentés dans la figure 7.14 par des carrés. Notons que les échantillons dits virtuels $[\bar{\mathbf{A}}]_{k,\bar{m}}$ dans (7.36) correspondent à des données qui auraient été reçues par un radar à bande étroite (sans migration) avec une période de répétition virtuelle \bar{T}_r . À cette période s'associe également une nouvelle vitesse ambiguë $\bar{v}_a = \lambda_c \bar{f}_r / 2$ qui est plus grande que la vitesse ambiguë réelle du radar v_a . Ainsi, en ayant accès à des échantillons $[\bar{\mathbf{A}}]_{k,\bar{m}}$ et en prenant en compte la condition (7.35), un mode non-ambigu peut ainsi être obtenu. Dans le cadre des techniques SSR, nous nous sommes intéressés à recouvrir de tels échantillons. Toutefois, notons que pour ce faire, il convient dans un premier temps de tronquer la formule (7.34) pour avoir un nombre fini d'échantillons à estimer

$$[\mathbf{A}]_{k,m} \triangleq \sum_{\bar{m}=0}^{\bar{M}-1} [\bar{\mathbf{A}}]_{k,\bar{m}} \operatorname{sinc} \left\{ \pi \left(m \frac{T_{r,k}}{\bar{T}_r} - \bar{m} \right) \right\} \quad (7.37)$$

où \bar{M} désigne le nombre d'impulsions virtuelles considérées. Celui-ci doit être choisi pour assurer que (7.37) soit effectivement une formule d'interpolation, soit

$$\bar{M} \geq \left\lceil M \left(1 + \frac{B}{f_c} \frac{K-1}{K} \right) \frac{T_r}{\bar{T}_r} \right\rceil \quad (7.38)$$

où $\lceil . \rceil$ désigne la partie entière supérieure. Par simplicité, \bar{M} est choisi indépendamment de la sous-bande.

En appliquant la formule d'interpolation (7.37) à chaque élément réfléchissant de la scène radar, (7.8) devient

$$[\mathbf{Y}]_{k,m} = \sum_{\bar{m}=0}^{\bar{M}-1} [\bar{\mathbf{A}}]_{k,\bar{m}} \operatorname{sinc} \left\{ \pi \left(m \frac{T_{r,k}}{\bar{T}_r} - \bar{m} \right) \right\} + [\mathbf{N}]_{k,m} \quad (7.39)$$

où $\bar{\mathbf{A}}$ est une matrice de taille $K \times \bar{M}$ représentant le signal des L éléments réfléchissants échantillonnés avec la période de répétition \bar{T}_r

$$\bar{\mathbf{A}} = \sum_{\ell=1}^L \alpha_{\ell} \bar{\mathbf{A}}_{\ell}.$$

La vectorisation de (7.39) donne

$$\mathbf{y} = \mathbf{T}\bar{\boldsymbol{\lambda}} + \mathbf{n} \quad (7.40)$$

où $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ est la notation vectorielle de $\bar{\boldsymbol{\Lambda}}$ et \mathbf{T} est une matrice diagonale par bloc de taille $K\bar{M} \times K\bar{M}$ $\begin{pmatrix} \mathbf{T}_0 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{T}_{K-1} \end{pmatrix}$ dont le bloc \mathbf{T}_k est une matrice d'interpolation de taille $M \times \bar{M}$ définie par

$$[\mathbf{T}_k]_{m,\bar{m}} = \text{sinc} \left\{ \pi \left[m \frac{T_{r,k}}{\bar{T}_r} - \bar{m} \right] \right\}.$$

Remarque 4 En pratique, pour ne pas augmenter la charge calculatoire des algorithmes, la PRF virtuelle \bar{f}_r et le nombre d'impulsions virtuelles \bar{M} sont choisis lorsque (7.35) et (7.38) deviennent des égalités.

Expression dans le domaine du temps-court/fréquence-longue Dans (7.40), le vecteur d'intérêt $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ de longueur $K\bar{M}$ contient la signature virtuelle (7.36) des L éléments réfléchissants présents dans la scène observée. Estimer $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ d'après le modèle (7.40) est un problème mal posé étant donné que $M \ll \bar{M}$. Une méthode classique pour régulariser ce problème serait de forcer la parcimonie sur $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ tout en minimisant la distance entre l'observation \mathbf{y} et le modèle $\mathbf{T}\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ [268]. Cette approche ici n'est pas directement applicable car $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ n'est pas parcimonieux par nature mais est la somme de *cisoids* bidimensionnelles. En revanche, en faisant passer $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ dans le domaine temps-court/fréquence-longue, le principe de parcimonie peut être invoqué. En effet, chaque élément réfléchissant peut y être représenté idéalement par un pic unique localisé à la fréquence $(-\tau_{0,\ell}, 2v_\ell/\lambda_c)$. Le problème d'estimation devient alors

$$\boxed{\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}} \quad (7.41)$$

avec

$$\mathbf{H} = \mathbf{T}\mathbf{F} \quad (7.42a)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^H \bar{\boldsymbol{\lambda}} \quad (7.42b)$$

où \mathbf{F}^H est la matrice qui fait passer $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ du domaine fréquence-courte/temps-long au domaine temps-court/fréquence-longue. La matrice \mathbf{F} est donnée par

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_K^H \otimes \mathbf{F}_{\bar{M}} \quad (7.43)$$

où \mathbf{F}_Δ désigne la matrice de transformée de Fourier de taille $\Delta \times \Delta$ telle que

$$\mathbf{F}_\Delta(\delta_1, \delta_2) = \frac{1}{\sqrt{\Delta}} \exp \left\{ j2\pi \frac{\delta_1 \delta_2}{\Delta} \right\} ; \delta_{1,2} \in \{0, \dots, \Delta - 1\}.$$

Afin de montrer que le vecteur \mathbf{x} dans (7.41) est un bon candidat pour donner une représentation parcimonieuse des L éléments réfléchissants, il est intéressant de considérer une scène dans laquelle toutes les cibles ont des fréquences correspondant exactement à des points de la grille d'analyse intrinsèquement définie par la matrice \mathbf{F} de (7.43). Autrement dit, dans ce cas, pour tout $\ell \in \{1, \dots, L\}$, il existe des entiers $(k_\ell, \bar{m}_\ell) \in \{0, \dots, K-1\} \times \{0, \dots, \bar{M}-1\}$ tels que

$$\left(\tau_{0,\ell}, \frac{2v_\ell}{\lambda_c} \right) = \left(\frac{k_\ell}{K} \times \frac{K}{B}, \frac{\bar{m}_\ell}{\bar{M}} \times \bar{f}_r \right). \quad (7.44)$$

Toute cible vérifiant (7.44) sera qualifiée de “non-chevauchante” dans la suite. Quand (7.44) est vérifiée, on peut montrer directement que \mathbf{x} contient exactement L éléments non-nuls qui ont pour valeur $\sqrt{K\bar{M}}\alpha_\ell$. À l'aune de cette remarque, on peut donc invoquer le principe de régularisation basé sur la parcimonie de \mathbf{x} pour résoudre la problème (7.41). Nous avons développé différents algorithmes de représentation parcimonieuse Bayésienne de \mathbf{x} .

7.4.2 Représentation parcimonieuse en bruit blanc

La première méthode SSR proposée s'inspire d'un modèle hiérarchique Bayésien utilisé initialement pour la déconvolution de données sismiques [90] et pour la microscopie à force de résonance magnétique [103]. Le modèle est adapté ici pour des données radar qui sont en pratique à valeurs complexes [25]*, [21]*, [4]*.

7.4.2.1 Modèle hiérarchique Bayésien

Le modèle hiérarchique Bayésien est représenté dans la figure 7.15(a) et détaillé ci-après.

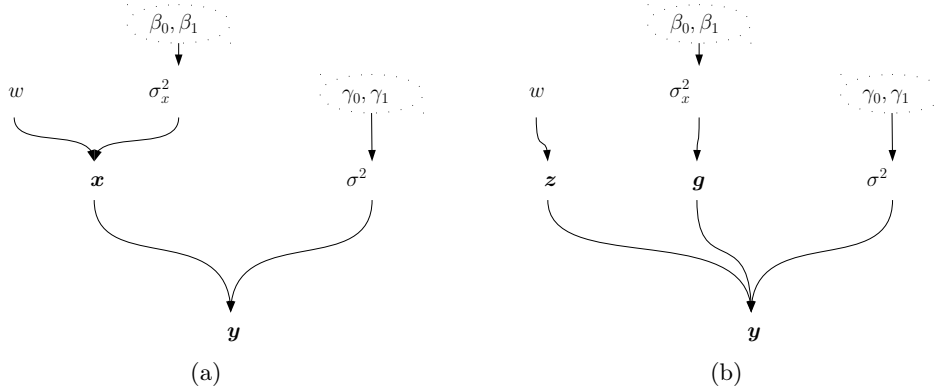


FIGURE 7.15 – Représentation graphique du modèle hiérarchique Bayésien pour l'estimation de cibles migrantes en bruit blanc [25]*, [4]*, [21]*. Les deux représentations (a) et (b) sont statistiquement équivalentes ; la représentation (b) est plus appropriée pour l'estimation VB décrite en section 7.4.2.3. Les cercles en pointillé contiennent les paramètres que l'opérateur doit fixer. Les flèches représentent la dépendance probabiliste.

Fonction de vraisemblance Le bruit thermique \mathbf{n} est supposé être un bruit blanc Gaussien de puissance σ^2 , ce qui est noté $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_{KM})$ où \mathbf{I}_ξ est la matrice identité de taille $\xi \times \xi$. La fonction de vraisemblance s'exprime donc par

$$f(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^{2KM}} \exp \left\{ -\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2}{\sigma^2} \right\} \quad (7.45)$$

où \propto est le signe de proportionnalité. En faisant l'hypothèse d'un bruit blanc, nous considérons en fait deux possibles scénarios : un premier dans lequel le fouillis de sol est absent des données (il n'y en a pas naturellement ou a été préfiltré), un second où le fouillis de sol peut être lui aussi représenté par un ensemble fini d'éléments réfléchissants. Nous rediscuterons ce point plus tard en testant ce modèle et celui d'un bruit coloré sur données expérimentales.

Modèle a priori des paramètres

Loi a priori de σ^2 Une loi inverse-gamma est choisie pour décrire le paramètre σ^2 car elle est une loi conjuguée pour la fonction de vraisemblance (7.45) [230]. Cette pdf (*pdf, probability density function*) est notée $\sigma^2|\gamma_0, \gamma_1 \sim \mathcal{IG}(\gamma_0, \gamma_1)$ et s'exprime par

$$\pi(\sigma^2|\gamma_0, \gamma_1) \propto \frac{e^{-\gamma_1/\sigma^2}}{(\sigma^2)^{\gamma_0+1}} \mathbb{I}_{\mathbb{R}^+}(\sigma^2) \quad (7.46)$$

où $\mathbb{I}_A()$ est la fonction indicatrice de l'ensemble A (c'est-à-dire $\mathbb{I}_A(x) = 1$ si $x \in A$ et $\mathbb{I}_A(x) = 0$ sinon), γ_0 and γ_1 représentent respectivement les paramètres de forme et d'échelle de la distribution. Les hyperparamètres (γ_0, γ_1) peuvent être choisis par l'opérateur radar pour que la forme de la loi *a priori* $\sigma^2 | \gamma_0, \gamma_1$ associé traduise le degré de connaissance que l'on a sur σ^2 [129]. Il peut être plus aisé d'effectuer ce réglage en fonction de la moyenne m_{σ^2} et de la variance v_{σ^2} de (7.46) (si elles existent) qui sont des paramètres plus proches de la physique du problème

$$\gamma_0 = \frac{m_{\sigma^2}^2}{v_{\sigma^2}} + 2 \quad (7.47a)$$

$$\gamma_1 = m_{\sigma^2} \left(\frac{m_{\sigma^2}^2}{v_{\sigma^2}} + 1 \right). \quad (7.47b)$$

Pour les applications radar, le bruit thermique est essentiellement dû au bruit interne du récepteur si bien que la puissance du bruit thermique σ^2 est assez bien connue en pratique [246, 254].⁴ L'utilisation d'une loi *a priori* informative semble ainsi raisonnable. Toutefois, une loi *a priori* non-informative, obtenue lorsque $(\gamma_0, \gamma_1) = (0, 0)$ [129], peut convenir également en pratique [25]*. Le réglage des hyperparamètres de σ^2 s'est avéré en fait peu critique.

Loi a priori de \mathbf{x} Le choix de la loi *a priori* de \mathbf{x} est une étape importante dans la construction du modèle Bayésien. C'est elle, en effet, qui doit imposer la parcimonie sur \mathbf{x} et, par voie de conséquence, assure la régularisation du problème d'estimation (7.41). Elle doit également permettre une écriture simple de la distribution *a posteriori*. En considérant que les données sont complexes et étant donné la forme de la fonction de vraisemblance (7.45), une loi Bernoulli-Gaussienne complexe apparaît être un bon compromis [97, 162, 90]. Plus précisément, nous avons supposé que les éléments de \mathbf{x} , notés $x_i = [\mathbf{x}]_i$ pour $i = 0, \dots, K\bar{M} - 1$, sont *a priori* indépendants et identiquement distribués (iid) comme ci-après

$$\pi(x_i | w, \sigma_x^2) = (1 - w) \delta(|x_i|) + w \frac{1}{\pi \sigma_x^2} \exp \left\{ -\frac{|x_i|^2}{\sigma_x^2} \right\} \quad (7.48)$$

où les hyperparamètres w, σ_x^2 vérifient $w \in [0, 1]$ and $\sigma_x^2 > 0$. La pdf (7.48) est dénotée $x_i | w, \sigma_x^2 \sim \text{BerCN}(w, 0, \sigma_x^2)$. Ainsi, il y a une probabilité $(1 - w)$ que la case d'analyse numéro i soit vide et une probabilité w que la case soit occupée par un élément réfléchissant dont l'amplitude suit une loi Gaussienne centrée de puissance σ_x^2 . En utilisant l'hypothèse iid, la distribution de \mathbf{x} s'écrit

$$\pi(\mathbf{x} | w, \sigma_x^2) = (1 - w)^{n_0} \left(\frac{w}{\pi \sigma_x^2} \right)^{n_1} \exp \left\{ -\frac{\|\mathbf{x}\|_2^2}{\sigma_x^2} \right\} \prod_{i/x_i=0} \delta(|x_i|) \quad (7.49)$$

où $\delta()$ est la distribution du Dirac et n_1 est le nombre d'éléments non nuls de \mathbf{x}

$$n_1 = \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{and} \quad n_0 = K\bar{M} - \|\mathbf{x}\|_0. \quad (7.50)$$

Il est important de noter que la loi Bernoulli-Gaussienne (7.48) choisie permet de dissocier le niveau de parcimonie (paramétré par w) de la puissance de cibles (paramétrée par σ_x^2). Sans l'atome à zéro, seul l'hyperparamètre σ_x^2 serait en charge de régler ces deux critères qui sont antagonistes pour des cibles de forte puissance. Divers travaux ont ainsi utilisés des lois *a priori* mixtes comportant un atome à zéro pour favoriser la parcimonie du signal à reconstruire [242, 103]. De manière plus générale, (7.49) appartient à la famille des *spike and slab* priors [192].

4. Pour les données PARSAX, une valeur *a priori* peut être également obtenue comme expliqué dans la section 6.2.

Modèle a priori des hyperparamètres Nous avons opté pour une analyse hiérarchique Bayésienne. Dans ce cadre, les hyperparamètres inconnus du problème sont eux-mêmes modélisés par des variables aléatoires auxquelles des lois *a priori* sont assignées. Un niveau hiérarchique est ainsi ajouté au modèle.

Loi a priori de w Une distribution uniforme est choisie pour décrire w , soit

$$\pi(w) = \mathbb{I}_{[0,1]}(w). \quad (7.51)$$

La pdf (7.51) est notée $w \sim \mathcal{U}_{[0,1]}$ et traduit l'absence de connaissance *a priori* sur le niveau de parcimonie de la scène.

Loi a priori de σ_x^2 Une loi inverse-gamma est choisie pour décrire σ_x^2 car elle est une loi conjuguée pour (7.48). Elle est notée $\sigma_x^2 | \beta_0, \beta_1 \sim \mathcal{IG}(\beta_0, \beta_1)$ et s'exprime par

$$\pi(\sigma_x^2 | \beta_0, \beta_1) \propto \frac{e^{-\beta_1/\sigma_x^2}}{\sigma_x^{2(\beta_0+1)}} \mathbb{I}_{\mathbb{R}^+}(\sigma_x^2) \quad (7.52)$$

où β_0, β_1 sont respectivement les paramètres de forme et d'échelle de la distribution. Les hyperparamètres β_0, β_1 correspondent au dernier niveau hiérarchique de notre modèle et doivent être fixés par l'opérateur radar pour que la forme de la loi *a priori* $\sigma_x^2 | \beta_0, \beta_1$ traduise le degré de connaissance que l'on a sur σ_x^2 . Pour ce faire, remarquons tout d'abord que d'après la loi *a priori* (7.48), on a

$$\mathcal{E}\{|x_i|^2 | x_i \neq 0\} = \sigma_x^2. \quad (7.53)$$

De plus, dans le cas idéal où les cibles sont localisées exactement sur les points de la grille d'analyse, le modèle (7.9) impose que pour, tout i tel que $x_i \neq 0$, il existe un unique ℓ_i tel que

$$|x_i|^2 = K\bar{M} \times |\alpha_{\ell_i}|^2. \quad (7.54)$$

En comparant (7.53) et (7.54), on peut construire l'approximation suivante

$$\sigma_x^2 \approx K\bar{M} \sum_{\ell} |\alpha_{\ell}|^2,$$

ce qui signifie que la quantité σ_x^2 représente la puissance moyenne des cibles présente dans la scène. Si l'opérateur radar a une connaissance *a priori* sur cette dernière, par exemple via l'équation du radar [246], celle-ci peut-être injectée dans le modèle Bayésien en jouant sur les valeurs de β_0 et β_1 . Ici encore, il peut être plus aisé d'injecter cette connaissance *a priori* en fonction de la moyenne $m_{\sigma_x^2}$ et de la variance $v_{\sigma_x^2}$ de (7.52) (si elles existent), qui sont des grandeurs plus proches de la physique du problème. Une loi *a priori* non-informative peut être également choisie en prenant $\beta_0, \beta_1 \rightarrow 0$ [129]. Nous avons pu constater que, contrairement au réglage des hyperparamètres de σ^2 , le réglage de ceux de σ_x^2 peut influencer fortement les performances de l'estimation.

Remarque 5 À ce stade, on peut remarquer que la "vraie" loi *a priori* du vecteur \mathbf{x} est un prior hiérarchique dont l'expression est donnée par

$$\begin{aligned} \pi(\mathbf{x} | \beta_0, \beta_1) &= \int \int \pi(\mathbf{x} | w, \sigma_x^2) \pi(w) \pi(\sigma_x^2 | \beta_0, \beta_1) dw d\sigma_x^2 \\ &= \prod_i \frac{1}{2} \left\{ \delta(x_i) + \frac{\beta_0/\beta_1}{\pi} \left[1 + \frac{|x_i|^2}{\beta_1} \right]^{-(\beta_0+1)} \right\}. \end{aligned}$$

Pour chaque élément du vecteur, on reconnaît ainsi une loi mixte équiprobable entre un atome à zéro et une loi de Student- t complexe. Sans l'atome à zéro, le prior serait ainsi du même type que celui rencontré dans les problèmes connus sous le nom de relevance vector machine ou sparse Bayesian learning [293, 271, 151]. Notons également, que le choix d'une loi gamma pour décrire σ_x^2 conduirait, lui, à un prior de type Laplace [268, 118, 207, 55, 54]).

Remarque 6 Le paramètre σ_x^2 représente en fait une puissance virtuelle post-traitement, c'est-à-dire la puissance qu'on observerait en sortie de traitement avec \bar{M} impulsions. En pratique, il est donc plus simple de raisonner sur l'amplitude des cibles avant ou après traitement, auquel cas, on considérera plutôt respectivement la variable aléatoire $\sigma_x^2/(K\bar{M})$ ou $\sigma_x^2 M/\bar{M}$.

Remarque 7 Pour s'affranchir du régalage de la puissance des cibles via les hyperparamètres β_0 et β_1 , nous avons récemment proposé dans [15]* une nouvelle distribution a priori pour le vecteur parcimonieux \mathbf{x} . Ce dernier permet de mieux estimer les cibles faibles lorsque celles-ci sont cachées par de très fortes cibles.

7.4.2.2 Échantillonneur de Gibbs

Principe À partir du modèle hiérarchique Bayésien décrit par (7.41), (7.45), (7.46), (7.48), (7.51), et (7.52), nous avons calculé dans un premier temps deux estimateurs Bayésiens conventionnels du vecteur d'intérêt \mathbf{x} , que sont les estimateurs MMSE et MAP [159, 230]. Ils sont définis respectivement comme la moyenne de la loi *a posteriori* et l'argument qui maximise cette loi, soit

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{mmse}} = \int \mathbf{x} f(\mathbf{x}|\mathbf{y}) d\mathbf{x} \quad (7.55a)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{map}} = \arg \max_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}|\mathbf{y}). \quad (7.55b)$$

Nous avons montré que la loi *a posteriori* de $\mathbf{x}|\mathbf{y}$ s'exprime par [4]*

$$f(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \propto \frac{B(1+n_1, 1+n_0) \Gamma(\beta_0+n_1) \prod_{i/x_i=0} \delta(|x_i|)}{(\beta_1 + \|\mathbf{x}\|_2^2)^{\beta_0+n_1} \left[\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 + \gamma_1 \right]^{KM+\gamma_0}} \quad (7.56)$$

où $B(\cdot)$ et $\Gamma(\cdot)$ sont respectivement les fonctions Beta et Gamma.

Étant donné la complexité de (7.56), il semble impossible d'obtenir une expression en forme directe des estimateurs (7.55). De plus, la pdf de $\mathbf{x}|\mathbf{y}$ (7.56) ne correspond à aucune distribution connue, ce qui ne permet pas de générer directement des échantillons suivant cette loi. Une méthode MCMC a donc plutôt été implémentée, en particulier notre choix s'est porté sur un échantillonneur de Gibbs, [230]. Celui-ci génère de manière itérative des échantillons $(\sigma^{2(t)}, w^{(t)}, \sigma_x^{2(t)}, \mathbf{x}^{(t)})$ qui sont distribués suivants leur loi conditionnelle *a posteriori* respective. Après une période de chauffe de N_{bi} échantillons, chaque sous chaîne $\theta^{(n)}$ ⁵ est distribuée suivant la distribution *a posteriori* $\theta|\mathbf{y}$. En collectant alors un nombre suffisant d'échantillons, noté N_r , les estimateurs MMSE et MAP de \mathbf{x} peuvent alors être obtenus empiriquement par

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{mmse}} \triangleq \frac{1}{N_r} \sum_{t=1}^{N_r} \mathbf{x}^{(t+N_{bi})} \quad (7.57a)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{map}} \triangleq \arg \max_{\{\mathbf{x}^{(t+N_{bi})}\}_{t=1}^{N_r}} f(\mathbf{x}^{(t)}|\mathbf{y}). \quad (7.57b)$$

5. La notation θ désigne successivement σ^2 , w , σ_x^2 et \mathbf{x} .

Notons que bien que la pdf de \mathbf{x} (7.56) soit trop complexe pour obtenir une expression de l'estimateur MAP (7.55b), son expression (à une constante près) est néanmoins nécessaire pour calculer (7.57b) avec l'échantillonneur. Les distributions conditionnelles permettant la mise en place de l'algorithme sont explicitées ci-après. Elles sont obtenues facilement grâce à la distribution jointe *a posteriori* de $\sigma^2, \mathbf{x}, w, \sigma_x^2 | \mathbf{y}$. En appliquant plusieurs fois le théorème de Bayes, on obtient

$$\begin{aligned} f(\sigma^2, w, \mathbf{x}, \sigma_x^2, | \mathbf{y}) &\propto f(\mathbf{y} | \mathbf{x}, \sigma^2) \pi(\mathbf{x} | w, \sigma_x^2) \pi(w) \pi(\sigma_x^2) \pi(\sigma^2) \\ &\propto \frac{e^{-[\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 + \gamma_1]/\sigma^2}}{\sigma^{2(KM + \gamma_0 + 1)}} \mathbb{I}_{\mathbb{R}^+}(\sigma^2) \times \frac{e^{-[\beta_1 + \|\mathbf{x}\|_2^2]/\sigma_x^2}}{(\sigma_x^2)^{\beta_0 + n_1 + 1}} \mathbb{I}_{\mathbb{R}^+}(\sigma_x^2) \\ &\quad \times (1 - w)^{n_0} w^{n_1} \mathbb{I}_{\mathbb{R}^+}(w) \times \prod_{i/x_i=0} \delta(|x_i|). \end{aligned} \quad (7.58)$$

Les lois du modèle *a priori* (7.46), (7.48), (7.51), et (7.52) ayant été choisies parmi des familles de lois conjuguées, les étapes de l'échantillonneur de Gibbs seront simples d'implémentation. En particulier, on pourra remarquer à chaque fois que la loi conditionnelle *a posteriori* appartient à la même famille que celle de la loi *a priori* mais a des paramètres différents qui fusionnent l'information *a priori* et celle apportée par les données.

Algorithme L'échantillonneur de Gibbs est défini par les 4 étapes itératives décrites ci-après

$$\sigma^2 | \mathbf{y}, w, \mathbf{x}, \sigma_x^2 \sim \mathcal{IG}(KM + \gamma_0, \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 + \gamma_1) \quad (7.59a)$$

$$w | \mathbf{y}, \mathbf{x}, \sigma_x^2, \sigma^2 \sim \mathcal{Be}(1 + n_1, 1 + n_0) \quad (7.59b)$$

$$\sigma_x^2 | \mathbf{y}, \mathbf{x}, \sigma^2, w \sim \mathcal{IG}(\beta_0 + n_1, \beta_1 + \|\mathbf{x}\|_2^2) \quad (7.59c)$$

$$\forall i, x_i | \mathbf{y}, \sigma^2, w, \mathbf{x}_{-i}, \sigma_x^2 \sim \mathcal{BerCN}(w_i, \mu_i, \eta_i^2). \quad (7.59d)$$

Les lois conditionnelles *a posteriori* des étapes (7.59a), (7.59b) et (7.59c) s'obtiennent simplement à partir de (7.58). La dernière étape (7.59d) a pour but de générer des échantillons suivant $f(\mathbf{x} | \mathbf{y}, \sigma^2, w, \sigma_x^2)$. On peut montrer que cette loi ne correspond à aucune distribution connue. Le vecteur \mathbf{x} est ainsi généré élément par élément suivant la démarche proposée dans [90, 103]. En particulier, son i -ème élément est distribué suivant une loi Bernoulli-Gaussienne de paramètres (w_i, μ_i, η_i^2) , soit pour $i \in \{0, \dots, K\bar{M} - 1\}$

$$f(x_i | \mathbf{y}, \sigma^2, w, \mathbf{x}_{-i}, \sigma_x^2) = (1 - w_i) \delta(|x_i|) + w_i \Phi(x_i | \mu_i, \eta_i^2) \quad (7.60)$$

où \mathbf{x}_{-i} est le vecteur \mathbf{x} auquel on a retiré le i -ème élément et la fonction $\Phi(\cdot | \mu_i, \eta_i^2)$ désigne la pdf Gaussienne de moyenne μ_i et de variance η_i^2

$$\Phi(x_i | \mu_i, \eta_i^2) = \frac{1}{\pi \sigma_x^2} \exp \left\{ -\frac{|x_i - \mu_i|^2}{\eta_i^2} \right\}.$$

La variance et la moyenne de (7.60) sont données par

$$\begin{cases} \eta_i^2 &= \left\{ \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{\|\mathbf{h}_i\|_2^2}{\sigma^2} \right\}^{-1} \\ \mu_i &= \frac{\eta_i^2}{\sigma^2} \mathbf{h}_i^H \mathbf{e}_i \end{cases}$$

où \mathbf{h}_i est la i -ième colonne du dictionnaire \mathbf{H} et \mathbf{e}_i est le vecteur des observations auquel les contributions des cases d'analyse $j \neq i$ sont retirées

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{y} - \sum_{j \neq i} x_j \mathbf{h}_j. \quad (7.61)$$

Le poids w_i intervenant dans (7.60) s'exprime lui par

$$w_i = \frac{w \frac{\eta_i^2}{\sigma_x^2} \exp \left\{ \frac{|\mu_i|^2}{\eta_i^2} \right\}}{(1 - w) + w \frac{\eta_i^2}{\sigma_x^2} \exp \left\{ \frac{|\mu_i|^2}{\eta_i^2} \right\}}.$$

Notons qu'une structure algorithmique similaire à celle introduite dans [103] est utilisée pour implémenter (7.59d) ; elle permet de mettre à jour la quantité $\mathbf{H}\mathbf{x}$ de manière efficace.

7.4.2.3 Approximation variationnelle Bayésienne

Pour décroître la charge calculatoire de l'algorithme MCMC qui vient d'être présenté, nous en avons développé une version sous-optimale dans [21]* via une méthode variationnelle Bayésienne. Le principe de cette dernière, rappelé dans la section 6.3, consiste à approcher la loi *a posteriori* d'intérêt à l'aide d'une forme factorisable permettant de calculer des estimateurs à l'aide d'un algorithme récursif efficace [249, 69]. Pour ce faire, bien que le modèle hiérarchique décrit par (7.41), (7.45), (7.46), (7.48), (7.51), et (7.52) reste inchangé, il est nécessaire de formuler par une expression équivalente la loi *a priori* de \mathbf{x} . En particulier, l'amplitude Bernoulli-Gaussienne x_i est réécrite comme le produit de deux variables aléatoires $x_i = g_i z_i$ où l'étiquette z_i est distribuée suivant une loi de Bernoulli de paramètre w , et, g_i suit une loi centrée complexe Gaussienne de puissance σ_x^2 [162]. Une notation vectorielle équivalente est $\mathbf{x} = \mathbf{z} \odot \mathbf{g}$ où les lois *a priori* de \mathbf{z} et \mathbf{g} sont

$$f(\mathbf{z}|w) = \prod_{i=1}^{K\bar{M}} w^{z_i} (1 - w)^{1-z_i}$$

$$f(\mathbf{g}|\sigma_x^2) = \prod_{i=1}^{K\bar{M}} \pi^{-1} \sigma_x^{-2} \exp \left\{ -\frac{|g_i|^2}{\sigma_x^2} \right\}.$$

La représentation graphique du modèle hiérarchique est ainsi légèrement modifiée comme montré dans la figure 7.15(b).

Algorithme Nous supposons que la pdf *a posteriori* approchée de $\boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{z}, \mathbf{g}, \sigma^2, w, \sigma_x^2\}$ admet la factorisation ci-après, qui consiste en une approximation usuelle dite en champs-moyen [213],

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \approx \left[\prod_{i=1}^{K\bar{M}} q(z_i|\mathbf{y}) q(g_i|\mathbf{y}) \right] q(\sigma^2|\mathbf{y}) q(w|\mathbf{y}) q(\sigma_x^2|\mathbf{y}).$$

En particulier, tous les paramètres inconnus univariés du problème sont supposés être indépendants entre eux *a posteriori*. En utilisant (6.1), les distributions $q(\theta_j|\mathbf{y})$ sont calculées pour minimiser la divergence KL entre $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ et $q(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$. Les expressions obtenues sont consignées

ci-après

$$\sigma^2|\mathbf{y} \sim \mathcal{IG}_q \left(KM + \gamma_0, \langle \|\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{z} \odot \mathbf{g})\|_2^2 \rangle_{\mathbf{z}, \mathbf{g}} + \gamma_1 \right) \quad (7.62a)$$

$$w|\mathbf{y} \sim \mathcal{Be}_q \left(1 + \sum_{i=1}^{K\bar{M}} \langle z_i \rangle, 1 + K\bar{M} - \sum_{i=1}^{K\bar{M}} \langle z_i \rangle \right) \quad (7.62b)$$

$$\sigma_x^2|\mathbf{y} \sim \mathcal{IG} \left(K\bar{M} + \beta_0, \sum_{i=1}^{K\bar{M}} \langle |g_i|^2 \rangle + \beta_1 \right) \quad (7.62c)$$

$$\forall i, z_i|\mathbf{y} \sim \mathcal{Ber}_q(w_{z,i}) \quad (7.62d)$$

$$g_i|\mathbf{y} \sim \mathcal{CN}(\mu_{g,i}, \eta_{g,i}^2) \quad (7.62e)$$

avec

$$\begin{cases} \eta_{g,i}^2 = \left[\left\langle \frac{1}{\sigma^2} \right\rangle \langle z_i^2 \rangle \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i + \left\langle \frac{1}{\sigma_x^2} \right\rangle \right]^{-1} \\ \mu_{g,i} = \eta_{g,i}^2 \left\langle \frac{1}{\sigma^2} \right\rangle \langle z_i^* \rangle \mathbf{h}_i^H \langle \mathbf{e}_i \rangle_{\mathbf{z}_{-i}, \mathbf{g}_{-i}} \\ w_{z,i} = \left[1 + \exp \left\{ \langle \log(1-w) \rangle - \langle \log w \rangle \left\langle \frac{1}{\sigma^2} \right\rangle \left[\langle |g_i|^2 \rangle \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i - 2\Re \left(\langle g_i^* \rangle \mathbf{h}_i^H \langle \mathbf{e}_i \rangle_{\mathbf{z}_{-i}, \mathbf{g}_{-i}} \right) \right] \right\} \right]^{-1} \end{cases}$$

et $\langle \mathbf{e}_i \rangle_{\mathbf{z}_{-i}, \mathbf{g}_{-i}} = \mathbf{y} - \sum_{j \neq i} \langle z_j \rangle \langle g_j \rangle \mathbf{h}_j$. En comparant avec l'algorithme MCMC décrit dans (7.59), on remarque que, pour chaque θ_j , la distribution *a posteriori* approchée $q(\theta_j|\mathbf{y})$ est de même nature que la distribution conditionnelle *a posteriori* $f(\theta_j|\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}_{-j})$ mais a des paramètres différents. En particulier, comme prévu par la théorie [69], les distributions décrites dans (7.62) ont des paramètres inconnus qui dépendent de manière implicite des moments de ces mêmes distributions. Un algorithme itératif est alors utilisé pour mettre à jour les moments de chacune de ces dernières. En choisissant une initialisation appropriée et après convergence (N_{vb} itérations), les moyennes des distributions approchées $q(\cdot|\mathbf{y})$ définissent des estimateurs MMSE approchés des paramètres inconnus. On propose alors de considérer l'estimateur suivant pour le vecteur des amplitudes \mathbf{x}

$$\hat{\mathbf{x}}_{vb} = \langle \mathbf{z} \rangle \odot \langle \mathbf{g} \rangle. \quad (7.63)$$

Les détails algorithmiques peuvent être trouvés dans [21]*.

7.4.2.4 Résultats

Données synthétiques Les performances des estimateurs MMSE, MAP et VB sont évaluées tout d'abord sur données synthétiques. Les résultats sont comparés à ceux d'une approche par minimisation quadratique sous contrainte de norme ℓ_1 classiquement utilisée pour l'estimation parcimonieuse. Nous avons en particulier opté pour la méthode ACAMP (*Adaptive Complex Approximate Message Passing*) [104, 183, 48]. L'ACAMP est une technique itérative à seuillage doux peu complexe et qui règle de manière adaptative le paramètre de régularisation [48].

Les cartes distance-vitesse obtenues pour ces quatre estimateurs sont affichées dans la figure 7.16 pour un scénario fixé. On observe clairement les capacités déconvolantes des techniques SSR tout comme la pertinence du dictionnaire défini dans (7.42a) pour lever les ambiguïtés vitesse. En particulier, cette levée est possible lorsqu'une cible est située dans le premier lobe secondaire de l'autre (p.ex., pour les cibles situées à $\pm v_a/2$). On dépasse ainsi fortement les performances des estimateurs spectraux présentés dans la section 7.3. Notons que l'échantillonneur de Gibbs (7.59) nous permet d'obtenir également, en plus des estimateurs MMSE et MAP de

\mathbf{x} , les distributions empiriques *a posteriori* de \mathbf{x} , σ_x^2 , w , et σ^2 . Ces trois dernières sont présentées dans la figure 7.17 où l'on peut apprécier leur resserrement par rapport aux lois *a priori*. Également, on y voit que les valeurs des estimateurs MMSE sont en accord avec le scénario étudié.

Les cartes de la figure 7.16 obtenues après un seul tirage, nous laisse entrevoir les comportements propres à chaque estimateur. En particulier, l'estimateur MMSE de \mathbf{x} semble offrir la meilleure reconstruction : les amplitudes des cibles sont correctement restituées et il ne semble pas y avoir de fausse alarme. (*Nous parlerons ici de fausse alarme ou de fausse détection lorsqu'une puissance non négligeable est attribuée aux éléments théoriquement nuls de \mathbf{x} .*) L'estimateur MAP semble lui bien estimer les amplitudes des cibles mais avoir de nombreuses fausses alarmes. Quant aux estimateurs VB et ACAMP, tous deux semblent estimer moins bien les amplitudes des cibles. En particulier, la méthode ACAMP sous-estime ces dernières. Ce comportement est typique des méthodes de minimisation quadratique pénalisée par la norme ℓ_1 utilisant une technique à seuillage doux. (Notons qu'aucune méthode dite de *debiasing* n'a été appliquée en sortie de l'ACAMP [193].) Pour confirmer ces tendances, les erreurs quadratiques moyennes (MSE, *Mean Square Error*) des estimateurs de \mathbf{x} sont calculées. Afin de dissocier qualité d'estimation des cibles et niveau de fausse alarme, les MSE des sous-vecteurs associés aux éléments respectivement non-nuls et nuls de \mathbf{x} sont également évaluées. Les résultats obtenus sont affichés dans la figure 7.18. L'estimateur MMSE est ainsi bien la méthode la plus attractive en termes de qualité de reconstruction et offre très certainement le meilleur potentiel de détection des cibles. Toutefois, le prix à payer par rapport aux autres méthodes (en dehors de l'estimateur MAP) est le coût calculatoire comme l'atteste la figure 7.18(b). L'estimateur VB s'avère quant à lui être un bon compromis entre qualité d'estimation et coût calculatoire.

Données semi-expérimentales Les nouvelles techniques SSR sont également testées sur les données du PARSAX. Les algorithmes (7.59) et (7.62) ayant été développés sous l'hypothèse d'un bruit blanc et de cibles non-chevauchantes, le fouillis de sol est ici préfiltré par une méthode *ad hoc* et des cibles synthétiques sont injectées dans une région dépourvue *a priori* d'éléments réfléchissants en mouvement. On teste ainsi la capacité des algorithmes à estimer et à lever les ambiguïtés vitesse de cibles *exo-clutter* dans un bruit thermique réaliste. Les remarques faites sur les signaux synthétiques tiennent toujours : l'estimateur MMSE donne la meilleure reconstruction, suivi de l'estimateur VB qui présente un coût calculatoire bien moindre.

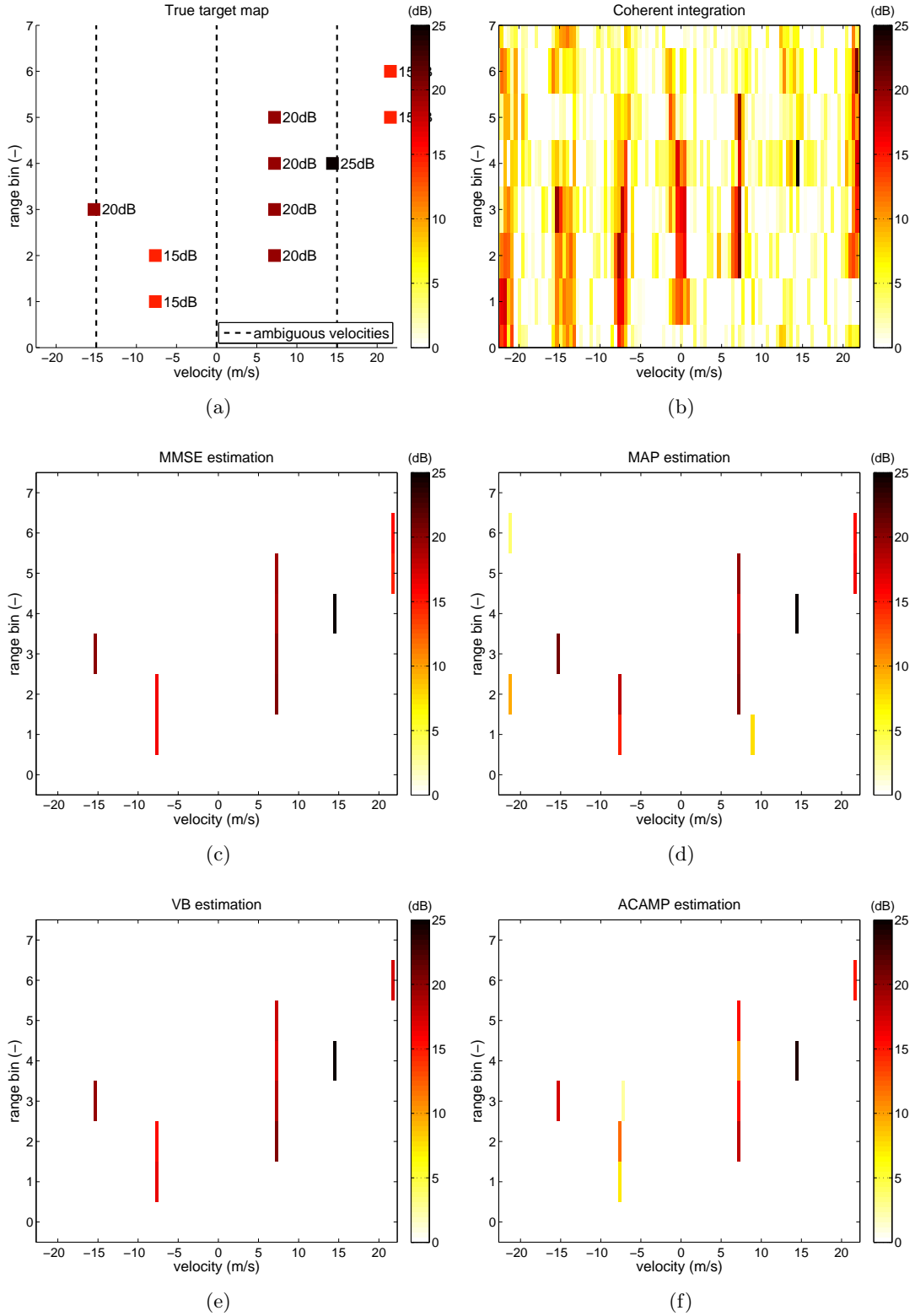


FIGURE 7.16 – Représentation parcimonieuse pour un signal radar large bande. Données synthétiques. $M = 32$, $K = 8$, $(\gamma_0, \gamma_1) = (0, 0)$, (β_0, β_1) tels que $m_{\sigma_x^2 \frac{M}{M}} \approx 20$ dB et $\text{std}_{\sigma_x^2 \frac{M}{M}} \approx 20$ dB, $f_r = 3$ kHz, $\bar{M} = 106$, $N_{bi} = 200$, $N_r = 500$, $N_{vb} = 50$. (a) Carte des cibles synthétiques : de phase aléatoire sur $[0, 2\pi)$, non-chevauchantes. (b) Sommation cohérente. (c) Estimateur MMSE suivant (7.59). (d) Estimateur MAP suivant (7.59). (e) Estimateur VB suivant (7.62). (f) Estimateur ACAMP [48].

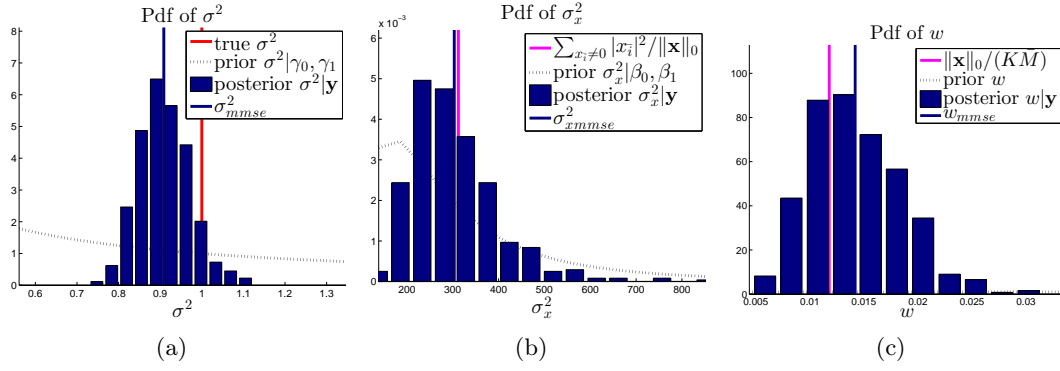


FIGURE 7.17 – Loi *a priori* et loi *a posteriori* empirique obtenue grâce à l'échantillonneur de Gibbs (7.59). (a) Puissance du bruit σ^2 . (b) Puissance moyenne des cibles σ_x^2 . (c) Taux d'occupation de la carte w .

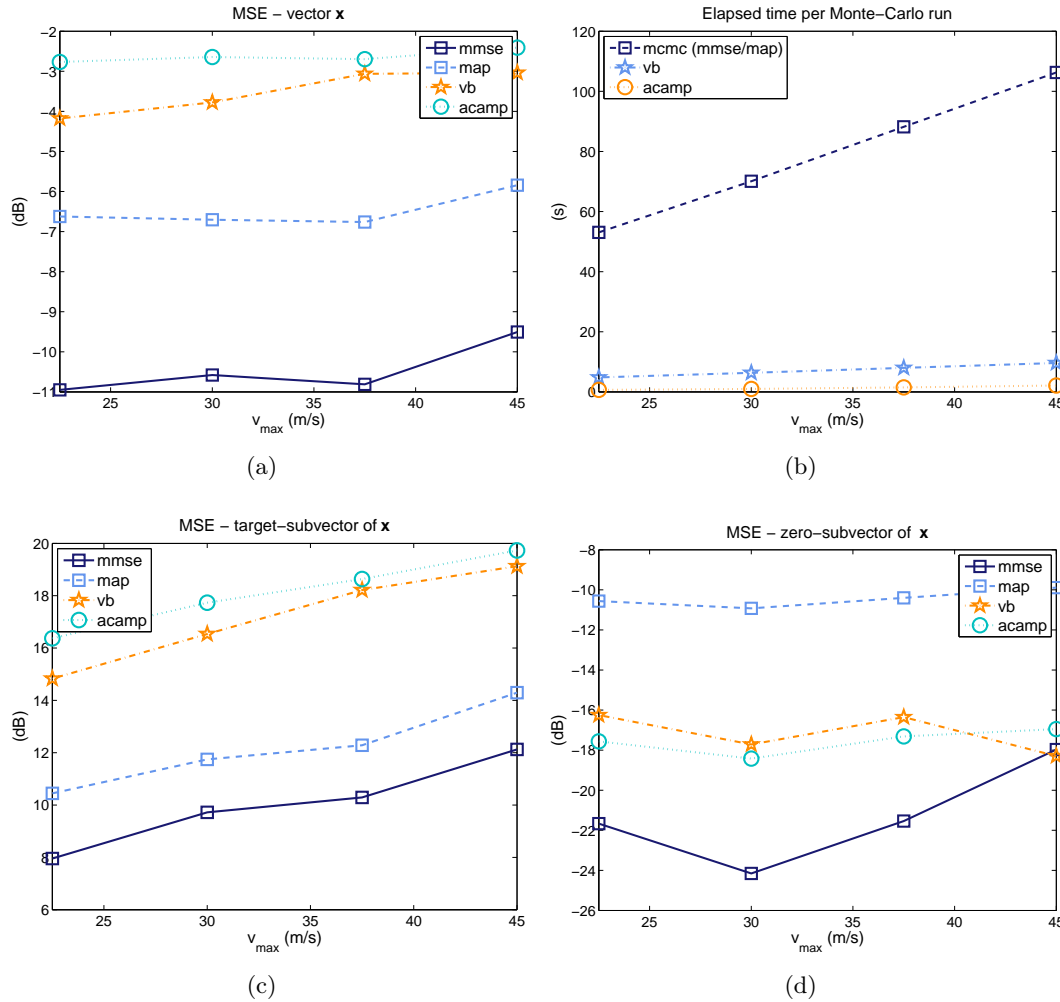


FIGURE 7.18 – Performances des méthodes de représentation parcimonieuse en fonction de la vitesse maximum de déploiement v_{\max} . (a) MSE de $\hat{\mathbf{x}}$. (b) MSE du sous-vecteur de $\hat{\mathbf{x}}$ associé aux éléments non nuls de \mathbf{x} . (c) MSE du sous-vecteur de $\hat{\mathbf{x}}$ associé aux éléments nuls de \mathbf{x} . (d) Temps CPU par simulation de Monte-Carlo.

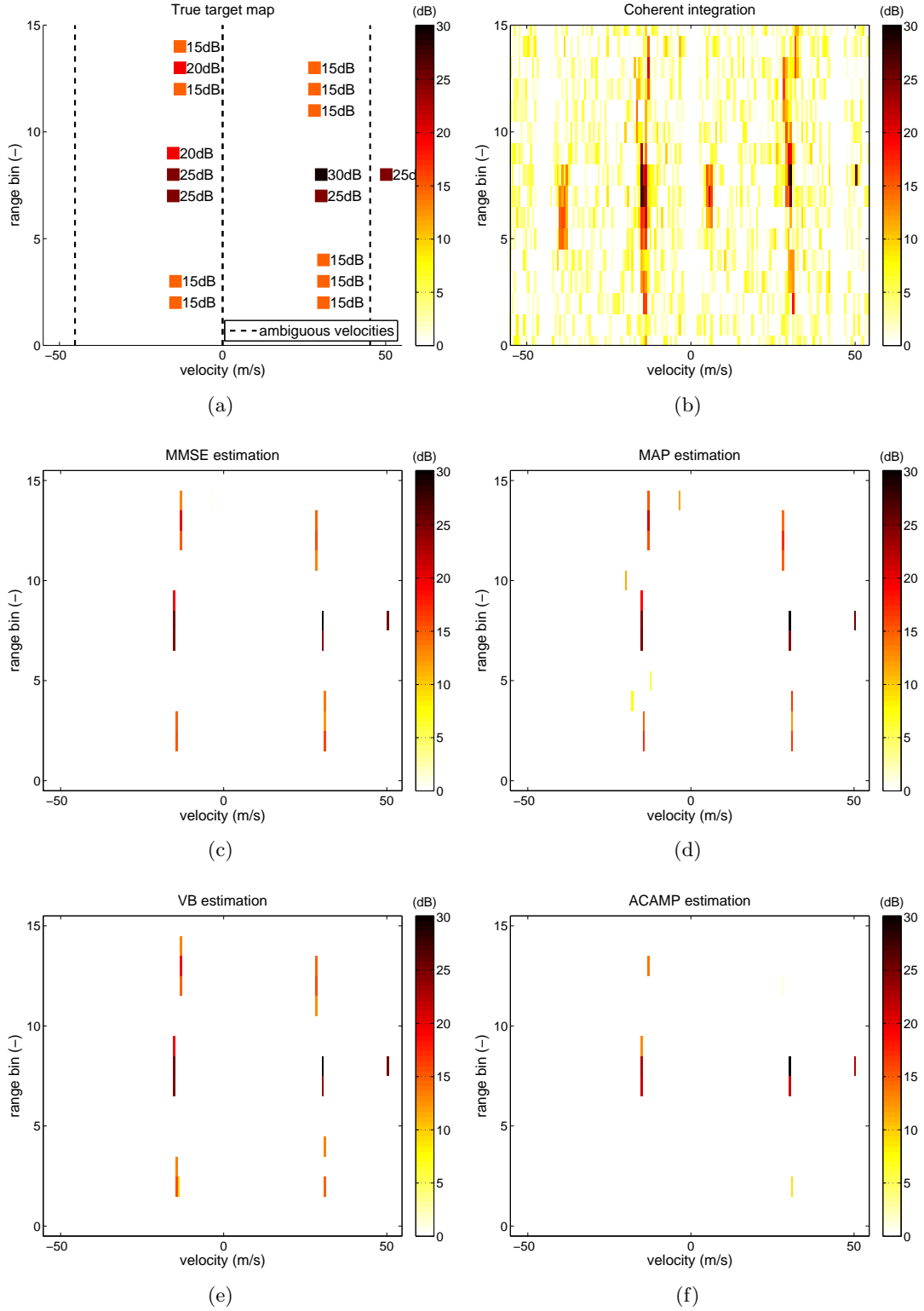


FIGURE 7.19 – Représentation parcimonieuse pour un signal radar large bande. Données semi-expérimentales. $f_c = 3.315$ GHz, $B = 100$ MHz, $f_r = 1$ kHz ($\delta_R = 1.5$ m, $v_a = 42.25$ m/s), $M = 64$, $K = 16$, $(\gamma_0, \gamma_1) = (0, 0)$, (β_0, β_1) tels que $m_{\sigma_x^2 \frac{M}{M}} \approx 20$ dB et $\text{std}_{\sigma_x^2 \frac{M}{M}} \approx 20$ dB, $\bar{f}_r = 2.4$ kHz, $\bar{M} = 160$, $N_{bi} = 200$, $N_r = 500$. (a) Carte des cibles synthétiques : de phase aléatoire sur $[0, 2\pi)$, non-chevauchantes. (b) Sommation cohérente. (c) Estimateur MMSE suivant (7.59). (d) Estimateur MAP suivant (7.59). (e) Estimateur VB suivant (7.62). (f) Estimateur ACAMP [48].

7.4.3 Représentation parcimonieuse en bruit coloré

Comme nous l'illustrerons au sein de cette section, le modèle hiérarchique décrit dans le cadre d'un bruit blanc connaît certaines limites. En particulier, lorsque le fouillis contient une composante diffuse, le modèle n'a pas les capacités à la prendre en compte proprement. De fait, des lobes secondaires résiduels apparaissent aux vitesses aveugles (provenant de la composante diffuse) et peuvent être interprétés comme des cibles (cf. figures 7.21(c) et 7.23(c)). De telles fausses alarmes ne sont pas souhaitables en pratique. Pour prendre en compte le fouillis de sol dans le traitement, deux stratégies sont en particulier envisageables : appliquer une opération de pré-filtrage du fouillis ou bien modéliser directement cette composante dans le modèle hiérarchique Bayésien. Nous avons adopté la seconde stratégie et robustifié le premier modèle afin qu'il intègre une composante de bruit diffuse [18]*. Afin de ne pas augmenter de manière déraisonnable le nombre de paramètres à estimer, les hypothèses de modélisation suivantes ont été faites :

- le vecteur de bruit \mathbf{n} modélise les composantes de bruit thermique et de fouillis ; il est distribué suivant une loi Gaussienne ;
- le bruit est décorrélé de sous-bande à sous-bande ;
- le bruit est corrélé sur le domaine du temps-long suivant un processus stationnaire autorégressif (AR) d'ordre fini ;
- le fouillis est localement homogène sur les K cases distance traitées ; autrement dit les coefficients AR sont les mêmes de sous-bande à sous-bande.

Notons que la modélisation du bruit par un processus AR a été utilisée avec succès pour des applications radar, par exemple dans [44]. La méthode peut être vue comme une technique efficace de régularisation pour l'estimation de matrice de covariance à l'instar de la méthode DL (*Diagonal Loading*) [67, 291]. Dans notre cas, la modélisation AR du bruit requiert d'estimer un vecteur de plus ; celui-ci contenant les paramètres du modèle AR.

7.4.3.1 Modèle hiérarchique Bayésien

Le modèle hiérarchique Bayésien est représenté dans la figure 7.20. Le modèle *a priori* de \mathbf{x} , w et σ_x^2 étant inchangé par rapport au modèle de la section 7.4.2, seuls la fonction de vraisemblance et le modèle *a priori* du bruit AR sont détaillés ci-après.

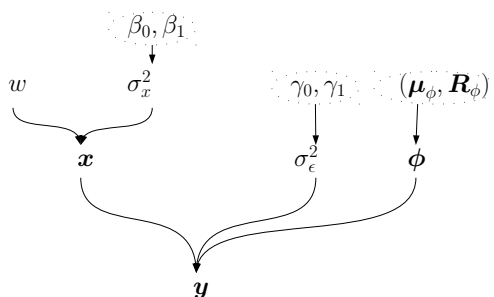


FIGURE 7.20 – Représentation graphique du modèle hiérarchique Bayésien pour l'estimation de cibles migrantes en bruit coloré [18]*.

Fonction de vraisemblance Pour des radars hautement résolus en distance, il est connu que la statistique du fouillis n'est plus bien représentée par une loi Gaussienne. Celui-ci a, en effet, plutôt une nature impulsionnelle [236, 94, 236, 127, 203]. Pour ne pas complexifier en premier lieu l'approche, nous avons néanmoins ignoré cette caractéristique et travaillé sous l'hypothèse d'un bruit Gaussien tel que

$$\mathbf{n}|\mathbf{R} \sim \mathcal{CN}_{KM}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$$

où \mathbf{R} est la matrice de covariance du bruit de taille $KM \times KM$. Les autres hypothèses de modélisation annoncées précédemment imposent une structure particulière sur cette matrice

$$\mathbf{R} = \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{\Gamma} \quad (7.64)$$

où $\mathbf{\Gamma}$ est une matrice de taille $M \times M$ dont l'inverse est une matrice bande d'ordre P [199]. P est l'ordre du modèle AR et il est supposé connu ici. En particulier, la factorisation de Cholesky de $\mathbf{\Gamma}^{-1}$ a pour expression

$$\mathbf{\Gamma}^{-1} = \sigma_\epsilon^{-2} (\mathbf{I}_M - \mathbf{\Phi})^H (\mathbf{I}_M - \mathbf{\Phi})$$

où σ_ϵ^2 est la variance du bruit blanc d'entrée du modèle AR et $\mathbf{\Phi}$ est une matrice de Toeplitz triangulaire inférieure avec des zéros sur la diagonale

$$\mathbf{\Phi} = \text{Toeplitz} \{ [0, \phi^T, 0, \dots, 0] \}$$

avec $\phi = [\phi_1, \dots, \phi_P]^T$ le vecteur de longueur P contenant les paramètres AR. Une notation équivalente utile pour la suite est d'écrire

$$\mathbf{\Phi} = \sum_{p=1}^P \phi_p \mathbf{L}_p$$

où \mathbf{L}_p est une matrice dont seuls les éléments de la p -ième sous-diagonale sont non-nuls et égaux à 1. La fonction de vraisemblance en bruit coloré autorégressif devient

$$f(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \sigma_\epsilon^2, \phi) = \frac{1}{\pi^{KM} \sigma_\epsilon^{2KM}} \exp \left\{ -\sigma_\epsilon^{-2} \| [\mathbf{I}_K \otimes (\mathbf{I}_M - \mathbf{\Phi})] (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \|_2^2 \right\}.$$

Modèle a priori du bruit AR Nous choisissons ici encore des lois conjuguées pour décrire les paramètres du bruit, en particulier on sélectionne une loi inverse-gamma pour σ_ϵ^2 et une loi Gaussienne pour ϕ

$$\sigma_\epsilon^2 | \gamma_0, \gamma_1 \sim \mathcal{IG}(\gamma_0, \gamma_1) \quad (7.65a)$$

$$\phi | \mu_\phi, \mathbf{R}_\phi \sim \mathcal{CN}_P(\mu_\phi, \mathbf{R}_\phi) \quad (7.65b)$$

où γ_0, γ_1 sont les paramètres de forme et d'échelle de (7.65a) et $\mu_\phi, \mathbf{R}_\phi$ sont la moyenne et la matrice de covariance de (7.65b). Dans le cas où $P = 0$, le modèle de bruit AR se réduit à celui décrit initialement en bruit blanc si bien que le paramètre σ_ϵ^2 s'identifie à la puissance du bruit thermique σ^2 , dont la valeur est assez bien connue pour les applications radar. En revanche lorsque $P > 0$, qui est le cas qui nous intéresse ici, avoir une connaissance *a priori* de σ_ϵ^2 ne semble pas simple. Il en est de même pour μ_ϕ et \mathbf{R}_ϕ . Nous nous sommes donc intéressés à des lois *a priori* non-informatives pour exprimer cette absence de connaissance [199]. Des versions dégénérées des pdfs (7.65) sont considérées comme ci-après

$$\begin{aligned} \pi(\sigma_\epsilon^2) &\propto \frac{1}{\sigma_\epsilon^2} \mathbb{I}_{\mathbb{R}^+}(\sigma_\epsilon^2) \\ \pi(\phi) &\propto 1 \end{aligned}$$

où les hyperparamètres de (7.65a) sont choisis tels que $\gamma_0 = \gamma_1 = 0$ et la variance du vecteur ϕ est supposée être non-finie.

7.4.3.2 Échantillonneur de Gibbs

Principe Étant donné les performances moindres de l'estimateur MAP observées en bruit blanc, on s'intéresse ici uniquement à l'estimateur MMSE du vecteur \mathbf{x} . Celui-ci est obtenu grâce à un échantillonneur de Gibbs adapté au modèle de bruit coloré AR. Les lois des échantillons à générer se déduisent aisément à partir de la distribution jointe *a posteriori* de $\sigma_\epsilon^2, \phi, \mathbf{x}, w, \sigma_x^2 | \mathbf{y}$

$$f(\sigma_\epsilon^2, \phi, \mathbf{x}, w, \sigma_x^2 | \mathbf{y}) \propto f(\mathbf{y} | \mathbf{x}, \sigma_\epsilon^2, \phi) \pi(\mathbf{x} | w, \sigma_x^2) \pi(w) \pi(\sigma_x^2) \pi(\phi) \pi(\sigma_\epsilon^2).$$

Par rapport au cas du bruit blanc, l'algorithme admet une étape itérative supplémentaire correspondant à l'échantillonnage du vecteur des paramètres AR. On peut montrer que, la loi conditionnelle *a posteriori* de $\phi | \mathbf{y}, \sigma_\epsilon^2, \mathbf{x}, w, \sigma_x^2$ est une distribution Gaussienne telle que

$$\phi | \mathbf{y}, \sigma_\epsilon^2, \mathbf{x}, w, \sigma_x^2 \sim \mathcal{CN}_P(\mathbf{P}^{-1} \mathbf{m}, \sigma_\epsilon^2 \mathbf{P}^{-1})$$

où \mathbf{P} est une matrice de taille $P \times P$ et \mathbf{m} est un vecteur de longueur P

$$[\mathbf{P}]_{p,p'} = \sum_{k=0}^{K-1} \boldsymbol{\nu}_k^H \mathbf{L}_p^H \mathbf{L}_{p'} \boldsymbol{\nu}_k \quad \text{et} \quad [\mathbf{m}]_p = \sum_{k=0}^{K-1} \boldsymbol{\nu}_k^H \mathbf{L}_p \boldsymbol{\nu}_k$$

et où les $\boldsymbol{\nu}_k$ sont des vecteurs de longueur M

$$[\boldsymbol{\nu}_0^T \quad \dots \quad \boldsymbol{\nu}_{K-1}^T]^T \triangleq \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}.$$

Les quatre autres étapes de l'algorithme sont identiques à celles décrites pour un bruit blanc à l'exception que les lois des paramètres σ_ϵ^2 et x_i dépendent non plus du vecteur des observations \mathbf{y} et du dictionnaire \mathbf{H} mais de leur version blanchie donnée respectivement par

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}} &= [\mathbf{I}_K \otimes (\mathbf{I}_M - \Phi)] \mathbf{y} \\ \tilde{\mathbf{H}} &= [\mathbf{I}_K \otimes (\mathbf{I}_M - \Phi)] \mathbf{H} \end{aligned}$$

En particulier, les paramètres de la loi Bernoulli-Gaussienne suivant laquelle les x_i sont distribuées sont donnés par

$$\begin{cases} \tilde{w}_i &= \frac{w \frac{\tilde{\eta}_i^2}{\sigma_x^2} \exp\left\{\frac{|\tilde{\mu}_i|^2}{\tilde{\eta}_i^2}\right\}}{(1-w) + w \frac{\tilde{\eta}_i^2}{\sigma_x^2} \exp\left\{\frac{|\tilde{\mu}_i|^2}{\tilde{\eta}_i^2}\right\}} \\ \tilde{\mu}_i &= \frac{\tilde{\eta}_i^2}{\sigma_\epsilon^2} \tilde{\mathbf{h}}_i^H \tilde{\mathbf{e}}_i \\ \tilde{\eta}_i^2 &= \left\{ \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{\|\tilde{\mathbf{h}}_i\|_2^2}{\sigma_\epsilon^2} \right\}^{-1} \end{cases}$$

où $\tilde{\mathbf{e}}_i = \tilde{\mathbf{y}} - \sum_{j \neq i} x_j \tilde{\mathbf{h}}_j$.

Algorithme L'échantillonneur de Gibbs est défini par les 5 étapes itératives ci-après

$$\sigma_\epsilon^2 | \mathbf{y}, \phi, \mathbf{x}, w, \sigma_x^2 \sim \mathcal{IG} \left(KM + \gamma_0, \left\| \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{x} \right\|_2^2 + \gamma_1 \right) \quad (7.66a)$$

$$\phi | \mathbf{y}, \sigma_\epsilon^2, \mathbf{x}, w, \sigma_x^2 \sim \mathcal{CN}_P(\mathbf{P}^{-1} \mathbf{m}, \sigma_\epsilon^2 \mathbf{P}^{-1}) \quad (7.66b)$$

$$w | \mathbf{y}, \sigma_\epsilon^2, \phi, \mathbf{x}, \sigma_x^2 \sim \mathcal{Be}(1 + n_1, 1 + n_0) \quad (7.66c)$$

$$\sigma_x^2 | \mathbf{y}, \phi, \mathbf{x}, w, \sigma_\epsilon^2 \sim \mathcal{IG} \left(\beta_0 + n_1, \beta_1 + \|\mathbf{x}\|_2^2 \right) \quad (7.66d)$$

$$\forall i, x_i | \mathbf{y}, \sigma_\epsilon^2, \phi, w, \mathbf{x}_{-i}, \sigma_x^2 \sim \text{BerCN}(\tilde{w}_i, \tilde{\mu}_i, \tilde{\eta}_i^2) \quad (7.66e)$$

Notons que dans le cas $P = 0$, on retrouve l'algorithme décrit initialement en bruit blanc dans (7.59) où l'étape (7.66b) disparaît.

7.4.3.3 Résultats

Données synthétiques L'intérêt d'incorporer un modèle de bruit coloré dans le schéma d'estimation Bayésienne est évalué dans un premier temps sur données synthétiques. Celles-ci sont toujours générées suivant le modèle (7.9) mais cette fois-ci le bruit \mathbf{n} est généré suivant un modèle AR Gaussien indépendant de sous-bande à sous-bande. Il apparaît clairement dans la figure 7.21 que l'estimateur MMSE construit via l'échantillonneur de Gibbs (7.59), qui suppose un bruit blanc, est incapable d'interpréter correctement la composante diffuse. De nombreuses fausses détections sont manifestes aux vitesses aveugles. Notons tout de même que l'élément réfléchissant situé dans la première vitesse aveugle ($v_a = 15$ m/s) semble être bien identifié mais est entouré de fausses détections. Au contraire, l'estimateur MMSE obtenu grâce au nouvel échantillonneur de Gibbs (7.66) basé sur l'hypothèse d'un bruit AR, est capable de filtrer suffisamment le fouillis pour identifier tous les éléments réfléchissants de la carte même celui situé dans la première vitesse aveugle. Le spectre associé aux coefficients AR $\hat{\sigma}_{\epsilon}^2$, $\hat{\phi}_{\text{mmse}}$ estimés via (7.66) est représenté dans la figure 7.24, c'est-à-dire

$$S_{AR}(f) = \frac{\hat{\sigma}_{\epsilon}^2}{\left| 1 - \sum_{p=1}^P [\hat{\phi}_{\text{mmse}}]_p e^{-j2\pi fp} \right|^2}$$

où f représente la fréquence lente. On peut y voir que ce dernier est très proche du spectre AR associé aux vrais coefficients simulés (d'où la qualité de filtrage du bruit AR). Il est intéressant de souligner également que, en présence d'un bruit AR, le temps de chauffe N_{bi} de l'échantillonneur (7.66) basé sur l'hypothèse d'un bruit AR est considérablement diminué par rapport à l'échantillonneur (7.59) basé sur l'hypothèse d'un bruit blanc, ceci étant très probablement dû à une meilleure adéquation entre le modèle et les données.

Données semi-expérimentales L'échantillonneur adapté au bruit coloré (7.66) est testé sur les données expérimentales du PARSAX. Pour faciliter l'interprétation, un ensemble de cases distance dans lequel il n'y a *a priori* pas de cibles est sélectionné. Des cibles synthétiques y sont alors injectées de manière à imiter le scénario synthétique précédent (souvenons-nous malgré tout que le phénomène de migration distance avec les données PARSAX n'est pas aussi important que souhaité, cf. section 6.2). Les observations faites sur données synthétiques sont toujours valides ici. Toutefois, l'algorithme SSR (7.66) basé sur un modèle AR décèle cette fois-ci la présence d'éléments réfléchissants à la vitesse nulle et estime une composante de bruit AR de puissance modérée. Le spectre de ce dernier est représenté dans la figure 7.23. Sur le jeu de données traitées, le fouillis de sol semble être ainsi mieux interprété comme la somme de ponctuels à la vitesse nulle à laquelle s'ajoute une composante diffuse. Si ce résultat est en accord avec des observations déjà faites dans de nombreux travaux [68, 168], il pose la question de la modélisation du fouillis de sol de manière générale dans le cadre des représentations parcimonieuses. Deux philosophies sont rencontrées dans la littérature : certains auteurs préconisent de n'appliquer la méthode SSR qu'aux cibles en préfiltrant par exemple le fouillis [209, 240, 208], d'autres auteurs supposent que le fouillis peut être représenté comme un ensemble fini de discrets si bien que la méthode SSR est appliqué à l'ensemble du signal [187, 261]. Enfin, notons que cet exemple montre qu'il est possible, avec une seule rafale à large bande et basse PRF, de "détecter" une cible (synthétique) d'assez forte puissance dans la première vitesse aveugle du fouillis. Pour valider ce résultat sur données intégralement expérimentales, c'est-à-dire avec des cibles réelles, il est nécessaire de procéder à une robustification de nos algorithmes. En effet, jusqu'à présent les cibles ont été simulées exactement sur la grille d'analyse distance-vitesse, alors qu'en pratique, elles se trouvent, le plus probablement, en chevauchement sur des cases d'analyse.

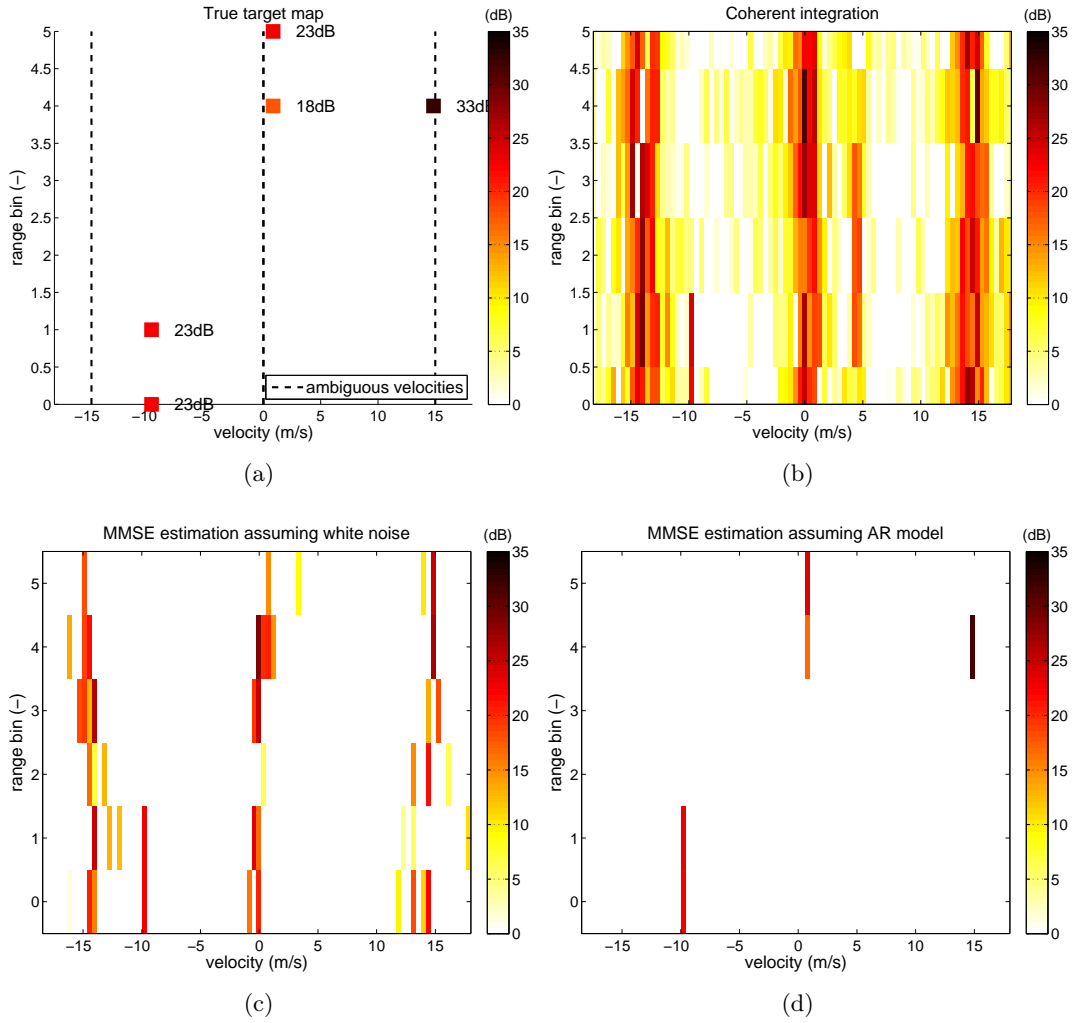


FIGURE 7.21 – Représentation parcimonieuse pour un signal radar large bande. Données synthétiques. $M = 32$, $K = 6$, $(\gamma_0, \gamma_1) = (0, 0)$, (β_0, β_1) tels que $m_{\sigma_x^2 \frac{M}{M}} \approx 20$ dB et $\text{std}_{\sigma_x^2 \frac{M}{M}} \approx 20$ dB, $\bar{f}_r \approx 2.4$ kHz, $\bar{M} = 86$, $P = 1$, $\phi_1 \approx 0.9979e^{-i 0.0005}$, $\sigma_\epsilon^2 \approx 1.58$. (a) Carte des cibles synthétiques (de phase aléatoire sur $[0, 2\pi)$; non-chevauchantes) injectées dans un bruit AR synthétique. (b) Sommation cohérente. (c) Modèle supposant un bruit blanc suivant (7.59) $N_{bi} = 5e3$, $N_r = 5e3$. (d) Modèle supposant un bruit AR suivant (7.66) $N_{bi} = 200$, $N_r = 500$.

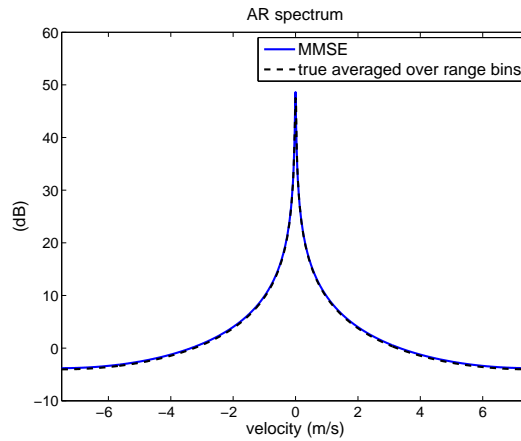


FIGURE 7.22 – Spectre AR associé aux paramètres estimés $\hat{\sigma}_{\epsilon}^2$, $\hat{\phi}_{\text{mmse}}$. Données synthétiques.

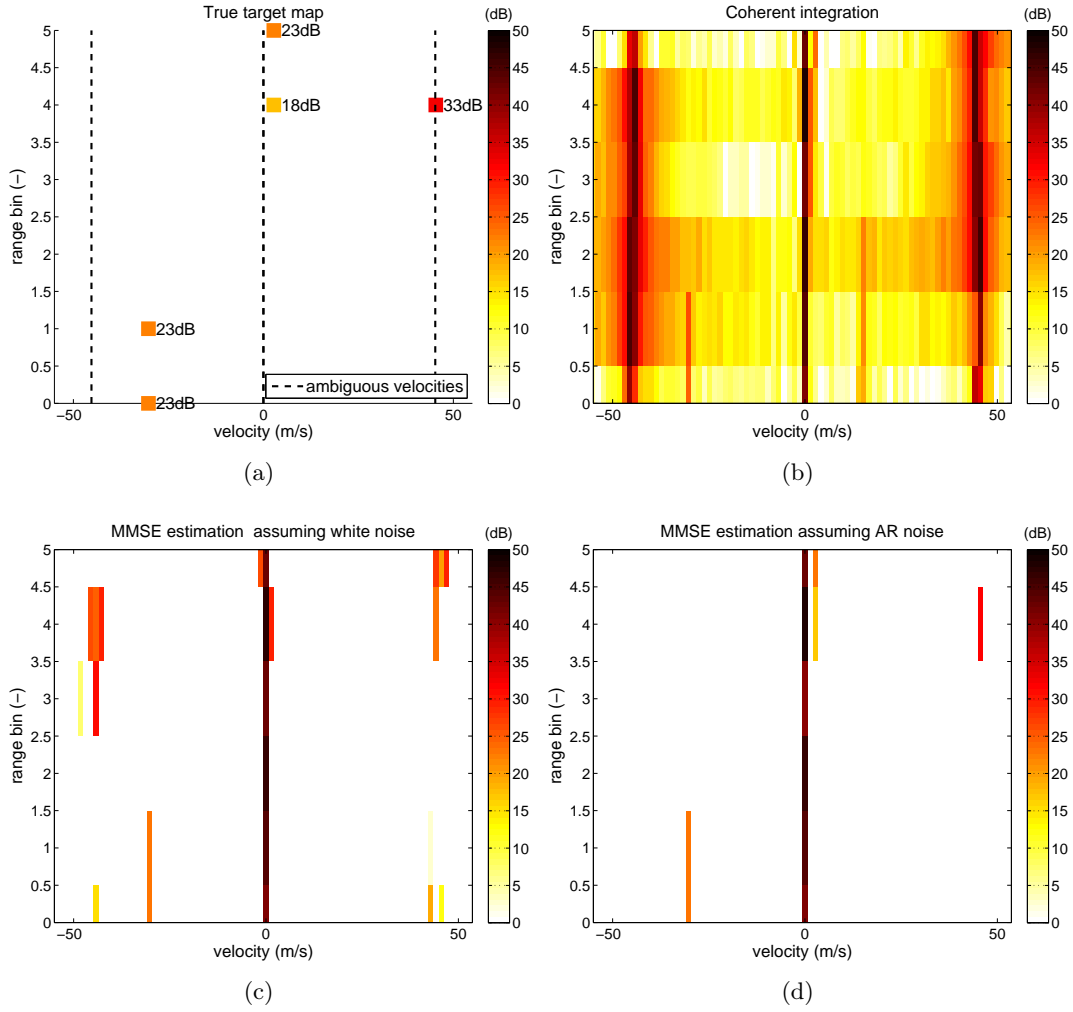


FIGURE 7.23 – Représentation parcimonieuse pour un signal radar large bande. Données semi-expérimentales PARSAX. $f_c = 3.315$ GHz, $B = 100$ MHz, $f_r = 1$ kHz ($\delta_R = 1.5$ m, $v_a = 45.25$ m/s), $M = 32$, $K = 6$, $(\gamma_0, \gamma_1) = (0, 0)$, (β_0, β_1) tels que $m_{\sigma_x^2 \frac{M}{M}} \approx 20$ dB et $\text{std}_{\sigma_x^2 \frac{M}{M}} \approx 20$ dB, $\bar{f}_r \approx 2.4$ kHz, $\bar{M} = 80$, $P = 1$. (a) Carte des cibles synthétiques injectées dans les données PARSAX. (b) Sommation cohérente. (c) Modèle supposant un bruit blanc suivant (7.59) $N_{bi} = 5e3$, $N_r = 5e3$. (d) Modèle supposant un bruit AR suivant (7.66) $N_{bi} = 200$, $N_r = 500$.

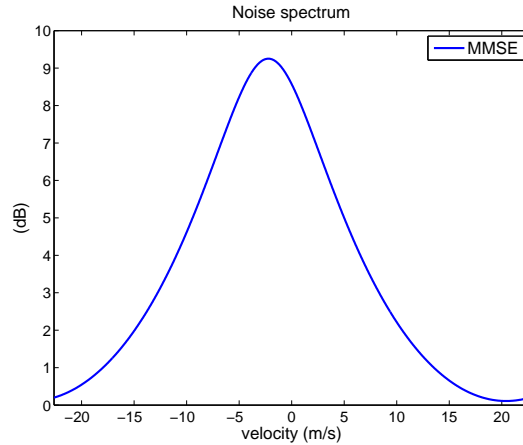


FIGURE 7.24 – Spectre AR associé aux paramètres estimés $\hat{\sigma}_{\epsilon \text{ mmse}}^2, \hat{\phi}_{\text{mmse}}$. Données semi-expérimentales.

7.4.4 Robustification pour les cibles en chevauchement

Jusqu'à présent dans les simulations numériques présentées, les cibles synthétiques utilisées ont respecté la relation (7.44), c'est-à-dire que chacune d'entre elles est située exactement au centre d'une case d'analyse distance-vitesse. En pratique, cette hypothèse est peu probable et les cibles se trouvent plutôt en chevauchement sur les cases. Par conséquent, le signal d'intérêt n'est plus parcimonieux dans le dictionnaire initialement considéré (7.42a). On illustre ci-dessous la dégradation engendrée sur le scénario de la figure 7.16 lorsque les cibles sont en chevauchement.

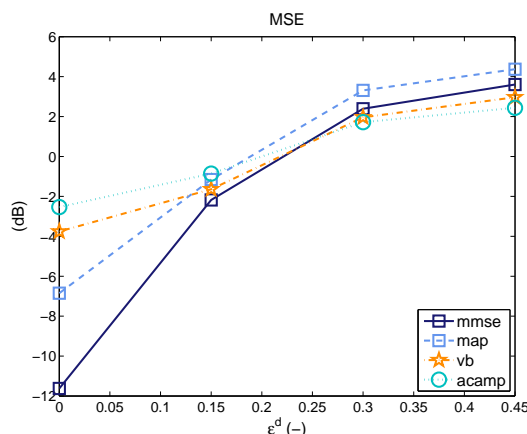


FIGURE 7.25 – Performance des méthodes de représentation parcimonieuse en fonction du désalignement ε^d des cibles sur la dimension vitesse. La fréquence Doppler des cibles est telle que $2v_\ell/(\lambda_c \bar{f}_r) = (\bar{m}_\ell + \varepsilon^d)/\bar{M}$. La MSE est calculée suivant [92] entre le vecteur estimé $\hat{\mathbf{x}}$ et le vecteur \mathbf{x} incompressible dans le dictionnaire \mathbf{F} .

Ce problème de désalignement est bien connu. Il a été initialement décrit dans [184] et quantifié de nombreuses fois dans [92, 108, 139, 233]. Il y est montré qu'il est essentiel de prendre en compte le problème de désalignement au risque sinon de dégrader fortement les performances d'estimation SSR. Une première façon de contrer l'effet du désalignement est de raffiner la grille d'analyse [108, 115, 184]. Néanmoins, cette approche favorise l'augmentation de la cohérence du dictionnaire SSR, ce qui n'est pas bénéfique pour la reconstruction du signal d'intérêt [108]. Une seconde stratégie consiste à estimer conjointement le désalignement et le vecteur d'intérêt parcimonieux. Un modèle paramétrique est utilisé par exemple dans [144] où le dictionnaire SSR dépend alors explicitement des erreurs de grille. Les erreurs y sont ensuite estimées via un algorithme variationnel EM (*Expectation-Maximization*). Toutefois, dans cette approche, le dictionnaire ne dépend pas de manière linéaire des erreurs, ce qui complexifie la procédure d'estimation [143]. La plupart des techniques basées sur l'estimation du désalignement s'appuie ainsi sur un modèle simplifié dans lequel le désalignement est modélisé par une matrice de perturbation s'ajoutant au dictionnaire initial [305, 263]. Cette matrice est usuellement obtenue en linéarisant, à l'ordre 1, le dictionnaire paramétrique par rapport aux erreurs de grille [132, 143, 296, 148, 264, 302]. À partir de ce modèle linéaire, différentes techniques d'estimation ont été développées : une méthode d'optimisation TLS (Total Least-Squares) sous contrainte est proposée dans [305], un algorithme EM est implémenté dans [296] alors qu'un algorithme variationnel Bayésien est mis en œuvre dans [143]. Enfin, dans [264], les techniques classiques OMP [273] et Lasso [268] sont étendues pour estimer conjointement l'erreur de grille.

Dans notre cas, nous souhaitons conserver le modèle hiérarchique Bayésien initial de la figure 7.15(a) et l'étendre afin qu'il prenne en compte les cibles en chevauchement sur les cases distance-vitesse. Pour ce faire, nous avons choisi de tacler le problème pas à pas. Ainsi, dans un premier temps, l'algorithme (7.59) a été robustifié lorsque le dictionnaire \mathbf{H} se réduit à un simple dictionnaire de Fourier unidimensionnel [17]*, [3]* ou bidimensionnel [16]*. Ces deux cas corres-

pondent à un scénario radar à bande étroite dans lequel la reconstruction SSR a lieu respectivement i) de case distance à case distance pour des cibles chevauchant des cases Doppler [17]*, [3]* ii) sur un ensemble de case distance pour des cibles chevauchant des cases distance-Doppler [16]*. Autrement dit, dans ces deux cas, la migration des cibles est ignorée. Nous travaillons, à l'heure de l'écriture de ce manuscrit, à l'application de cette technique au cas de cibles migrantes en chevauchement sur des cases distance-vitesse.

7.4.4.1 Modèle hiérarchique Bayésien

Le modèle hiérarchique Bayésien est représenté dans la figure 7.26. Le modèle *a priori* de \mathbf{x} , w , σ_x^2 , σ^2 étant inchangé par rapport au modèle de la section 7.4.2, seuls la fonction de vraisemblance et le modèle *a priori* des erreurs de grille sont détaillés ci-après. Pour découpler les problèmes, un bruit blanc a été supposé ici. Enfin, le modèle est décrit ci-après dans le cas général où le nombre de cases distance vérifie $K \geq 1$ [16]*. En prenant en particulier $K = 1$, on retombe sur le modèle étudié dans [17]*, [3]*.

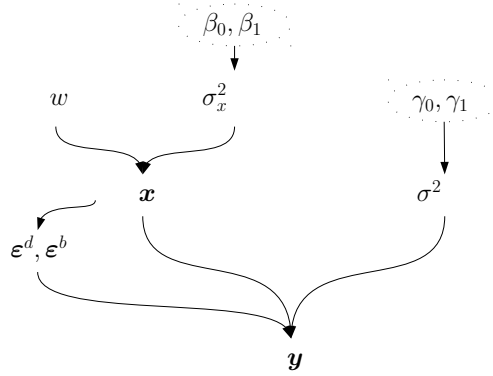


FIGURE 7.26 – Représentation graphique du modèle hiérarchique Bayésien pour l'estimation de cibles non-migrantes en bruit blanc avec chevauchement de cases [17]*, [3]*, [16]*.

Fonction de vraisemblance Comme annoncé précédemment, le dictionnaire SSR considéré dans cette section se réduit à une matrice de Fourier, c'est-à-dire $\mathbf{H} \triangleq \mathbf{F}$ avec

$$\mathbf{F} = [\mathbf{f}_0 \quad \dots \quad \mathbf{f}_{\bar{K}\bar{M}-1}]$$

où \bar{K} et \bar{M} représentent la dimension de reconstruction SSR dans les domaines distance et Doppler. Avec la notation $i = m + k\bar{M}$ et $\bar{i} = \bar{m} + \bar{k}\bar{M}$, on a

$$[\mathbf{f}_i]_i = \frac{1}{\sqrt{\bar{K}\bar{M}}} \exp \left\{ 2j\pi \frac{\bar{m}}{\bar{M}} m \right\} \exp \left\{ -2j\pi \frac{\bar{k}}{\bar{K}} k \right\}. \quad (7.67)$$

Ce dictionnaire est adapté à des cibles situées exactement au centre des cases d'analyse distance-Doppler. En pratique, cette hypothèse est peu réaliste et les cibles se trouvent plus probablement en chevauchement. Nous proposons de modéliser ceci en définissant deux vecteurs de perturbation

$$\boldsymbol{\varepsilon}^d = [\varepsilon_0^d \quad \dots \quad \varepsilon_{\bar{i}}^d \quad \dots \quad \varepsilon_{\bar{K}\bar{M}-1}^d]^T \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\varepsilon}^b = [\varepsilon_0^b \quad \dots \quad \varepsilon_{\bar{i}}^b \quad \dots \quad \varepsilon_{\bar{K}\bar{M}-1}^b]^T$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}^d$ and $\boldsymbol{\varepsilon}^b$ représentent les erreurs sur la grille, respectivement, par rapport à la fréquence Doppler et à la distance. Le modèle est représenté dans la figure 7.27(b). Nous redéfinissons alors un dictionnaire SSR en conséquence qui incorpore ces erreurs de grille

$$\mathbf{F} \triangleq \mathbf{F}(\boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b) = [\mathbf{f}_0(\varepsilon_0^d, \varepsilon_0^b) \quad \dots \quad \mathbf{f}_{\bar{K}\bar{M}-1}(\varepsilon_{\bar{K}\bar{M}-1}^d, \varepsilon_{\bar{K}\bar{M}-1}^b)] \quad (7.68)$$

où pour éviter un recouvrement entre cases distance-Doppler on suppose $\varepsilon_i^d, \varepsilon_i^b \in [0.5, 0.5)$ et où

$$[\mathbf{f}_i(\varepsilon_i^d, \varepsilon_i^b)]_i = \frac{1}{\sqrt{KM}} \exp \left\{ 2j\pi \frac{\bar{m} + \varepsilon_i^d}{\bar{M}} m \right\} \exp \left\{ -2j\pi \frac{\bar{k} + \varepsilon_i^b}{\bar{K}} k \right\}.$$

La fonction de vraisemblance prenant en compte le chevauchement des cibles devient

$$f(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b, \sigma^2) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^{KM}} \exp \left\{ -\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{F}(\boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b)\mathbf{x}\|_2^2}{\sigma^2} \right\}.$$

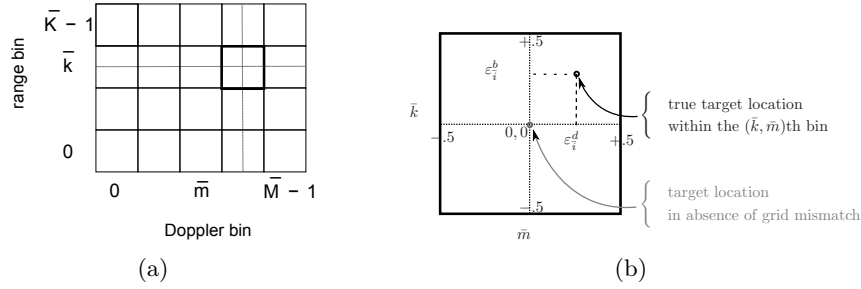


FIGURE 7.27 – Représentation du problème de chevauchement de cases distance et Doppler. (a) Grille d'analyse 2D dans le domaine distance-Doppler. (b) Zoom sur la (\bar{k}, \bar{m}) -ième case.

Modèle a priori du chevauchement Les erreurs de grille $\varepsilon_i^d, \varepsilon_i^b$ sont supposées *a priori* indépendantes entre cases d'analyse

$$\pi(\boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b|\mathbf{x}) = \prod_{\bar{i}=0, \dots, \bar{K}\bar{M}-1} \pi(\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b|x_{\bar{i}}). \quad (7.69)$$

Notons que dans (7.69) nous avons décrit les erreurs de grille $\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b$ conditionnellement à l'amplitude de la cible $x_{\bar{i}}$. Ceci permet de définir des schémas dans lesquels l'erreur de grille est estimée seulement si une cible est effectivement présente dans la case d'analyse considérée. Ce principe rejoint des approches similaires proposées dans [296, 144, 143]. Enfin, nous supposons que, conditionnellement à $x_{\bar{i}}$, les erreurs de grille sur les deux dimensions Doppler et distance sont indépendantes et telles que

$$\pi(\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b|x_{\bar{i}} = 0) = \delta(\varepsilon_{\bar{i}}^d)\delta(\varepsilon_{\bar{i}}^b) \quad (7.70a)$$

$$\pi(\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b|x_{\bar{i}} \neq 0) = \mathbb{I}_{[-.5, .5]}(\varepsilon_{\bar{i}}^d)\mathbb{I}_{[-.5, .5]}(\varepsilon_{\bar{i}}^b). \quad (7.70b)$$

7.4.4.2 Échantillonneur de Gibbs hybride

Principe On s'intéresse ici à l'estimation conjointe des erreurs de grille $\boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b$ et du vecteur \mathbf{x} . Les estimateurs MMSE de ces derniers sont obtenus via un échantillonneur de Gibbs hybride [230]. Les lois des échantillons à générer se déduisent aisément à partir de la distribution jointe *a posteriori*

$$f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b, \sigma^2, w, \sigma_x^2|\mathbf{y}) = f(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b, \sigma^2)\pi(\boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b|\mathbf{x})\pi(\mathbf{x}|w, \sigma_x^2)\pi(\sigma^2)\pi(w)\pi(\sigma_x^2).$$

Par rapport au cas non robuste (7.59), l'algorithme admet une étape itérative supplémentaire correspondant à l'échantillonnage des erreurs de grille. En particulier, on peut montrer que la distribution conditionnelle *a posteriori* de $\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b$ est donnée, sous l'hypothèse $x_{\bar{i}} = 0$, par

$$f(\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b|\mathbf{y}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^d, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^b, \sigma^2, w, \sigma_x^2; x_{\bar{i}} = 0) = \delta(\varepsilon_{\bar{i}}^d)\delta(\varepsilon_{\bar{i}}^b) \quad (7.71a)$$

et sous l'hypothèse $x_{\bar{i}} \neq 0$

$$f(\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b | \mathbf{y}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^d, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^b, \sigma^2, w, \sigma_x^2; x_{\bar{i}} \neq 0) \propto \prod_{k=0}^{K-1} \prod_{m=0}^{M-1} \exp \left\{ \kappa_{m+kM} \cos \left(2\pi \left[\frac{m}{\bar{M}} \varepsilon_{\bar{i}}^d - \frac{k}{\bar{K}} \varepsilon_{\bar{i}}^b \right] - \phi_{m+kM} \right) \right\} \mathbb{I}_{[-.5, .5]}(\varepsilon_{\bar{i}}^d) \mathbb{I}_{[-.5, .5]}(\varepsilon_{\bar{i}}^b) \quad (7.71b)$$

avec

$$\kappa_{m+kM} = |[t_{\bar{i}}]_{m+kM}| \quad \text{et} \quad \phi_{m+kM} = \angle [t_{\bar{i}}]_{m+kM}$$

où \angle désigne l'angle d'un complexe et $\mathbf{t}_{\bar{i}}$ est le vecteur de longueur KM défini par

$$\mathbf{t}_{\bar{i}} = 2 \frac{x_{\bar{i}}^*}{\sigma^2} \mathbf{f}_{\bar{i}}^*(0, 0) \odot \check{\mathbf{e}}_{\bar{i}} \quad \text{et} \quad \check{\mathbf{e}}_{\bar{i}} = \mathbf{y} - \sum_{\bar{i} \neq \bar{i}} x_{\bar{i}} \mathbf{f}_{\bar{i}}(\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b).$$

Étant donné la forme de (7.71b), nous proposons d'échantillonner de manière jointe $\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b$ lorsque $x_{\bar{i}} \neq 0$. La pdf n'étant pas simple à simuler, nous avons utilisé une méthode de Metropolis-Hastings (MH) qui consiste en un algorithme MCMC utilisant une loi de proposition [230]. Cette dernière doit être facile à simuler et ressembler au mieux à la loi cible à simuler pour être efficace. En constatant l'allure piquée de (7.71b) à fort SNR et non-informative à faible SNR⁶ (cf. figure 7.28), nous avons opté de manière empirique pour la loi de proposition suivante

$$q(\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b) \sim \begin{cases} \mathcal{U}_{[-.5, .5]}(\varepsilon_{\bar{i}}^d) \mathcal{U}_{[-.5, .5]}(\varepsilon_{\bar{i}}^b) & \text{si SNR} < 10 \text{ dB} \\ \mathcal{N}_2(\mathbf{m}, \boldsymbol{\Sigma}) & \text{sinon} \end{cases}$$

où la moyenne \mathbf{m} et la matrice de covariance $\boldsymbol{\Sigma}$ de la loi Gaussienne sont obtenues en remarquant qu'à fort SNR, les paramètres de concentration κ_{m+kM} sont grands, si bien qu'on a pour tout ξ , $\exp \{ \kappa_{m+kM} \cos(\xi) \} \approx \exp \{ \kappa_{m+kM} [1 - \frac{1}{2} \xi^2] \}$ [186].

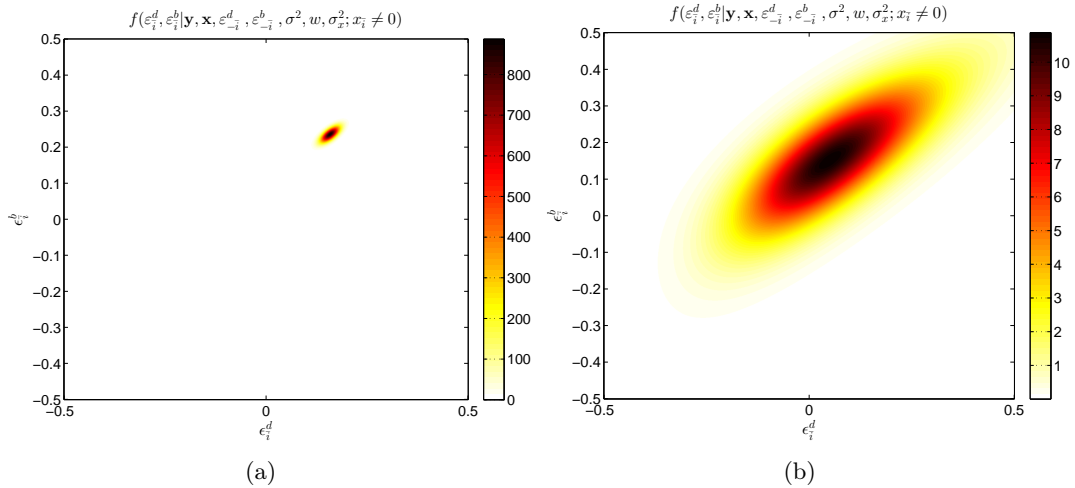


FIGURE 7.28 – Allure de la distribution conditionnelle *a posteriori* $f(\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b | \mathbf{y}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^d, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^b, \sigma^2, w, \sigma_x^2; x_{\bar{i}} \neq 0)$. $M = 16$, $K = 20$, $\bar{M} = M$, $\bar{K} = K$. Une seule cible est présente dans le jeu de données dans la case \bar{i} où $\varepsilon_{\bar{i}}^d = 0.15$, $\varepsilon_{\bar{i}}^b = 0.25$. (a) Fort SNR $|x_{\bar{i}}|^2 / \sigma^2 = 25$ dB. (b) Faible SNR $|x_{\bar{i}}|^2 / \sigma^2 = 5$ dB.

6. Sans terme de migration distance, le SNR post-traitement est défini ici par $\text{SNR} = |x_{\bar{i}}|^2 / \sigma^2$.

Algorithme L'échantillonneur de Gibbs hybride est défini par les 5 étapes itératives ci-après

$$\sigma^2 | \mathbf{y}, w, \mathbf{x}, \sigma_x^2, \boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b \sim \mathcal{IG} \left(KM + \gamma_0, \left\| \mathbf{y} - \mathbf{F}(\boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b) \mathbf{x} \right\|_2^2 + \gamma_1 \right) \quad (7.72a)$$

$$w | \mathbf{y}, \mathbf{x}, \sigma_x^2, \sigma^2, \boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b \sim \mathcal{Be}(1 + n_1, 1 + n_0) \quad (7.72b)$$

$$\sigma_x^2 | \mathbf{y}, \mathbf{x}, \sigma^2, w, \boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b \sim \mathcal{IG} \left(\beta_0 + n_1, \beta_1 + \|\mathbf{x}\|_2^2 \right) \quad (7.72c)$$

$$\forall \bar{i}, x_{\bar{i}} | \mathbf{y}, \sigma^2, w, \mathbf{x}_{-\bar{i}}, \sigma_x^2, \boldsymbol{\varepsilon}^d, \boldsymbol{\varepsilon}^b \sim \mathcal{BerCN}(\check{w}_{\bar{i}}, \check{\mu}_{\bar{i}}, \check{\eta}_{\bar{i}}^2) \quad (7.72d)$$

$$\forall \bar{i}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\bar{i}}^d, \boldsymbol{\varepsilon}_{\bar{i}}^b | \mathbf{y}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^d, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^b, \sigma^2, w, \sigma_x^2; x_{\bar{i}} \sim \begin{cases} \delta(\boldsymbol{\varepsilon}_{\bar{i}}^d) \delta(\boldsymbol{\varepsilon}_{\bar{i}}^b) & \text{si } x_{\bar{i}} = 0 \\ f(\boldsymbol{\varepsilon}_{\bar{i}}^d, \boldsymbol{\varepsilon}_{\bar{i}}^b | \mathbf{y}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^d, \boldsymbol{\varepsilon}_{-\bar{i}}^b, \sigma^2, w, \sigma_x^2; x_{\bar{i}} \neq 0) & \text{si } x_{\bar{i}} \neq 0 \end{cases} \quad (7.72e)$$

où les paramètres de la loi Bernoulli-Gaussienne des x_i s'ajustent de la manière suivante

$$\begin{cases} \check{\eta}_{\bar{i}}^2 &= (\sigma^{-2} + \sigma_x^{-2})^{-1} \\ \check{\mu}_{\bar{i}} &= \frac{\check{\eta}_{\bar{i}}^2}{\sigma^2} \mathbf{f}_{\bar{i}}(\boldsymbol{\varepsilon}_{\bar{i}}^d, \boldsymbol{\varepsilon}_{\bar{i}}^b)^H \mathbf{e}_{\bar{i}} \\ \check{w}_{\bar{i}} &= \frac{w \frac{\check{\eta}_{\bar{i}}^2}{\sigma_x^2} \exp \left\{ -\frac{|\check{\mu}_{\bar{i}}|^2}{\check{\eta}_{\bar{i}}^2} \right\}}{(1 - w) + w \frac{\check{\eta}_{\bar{i}}^2}{\sigma_x^2} \exp \left\{ -\frac{|\check{\mu}_{\bar{i}}|^2}{\check{\eta}_{\bar{i}}^2} \right\}} \end{cases}.$$

7.4.4.3 Résultats

Cas particulier $K = 1$ Dans [3]*, nous avons conduit une étude de performance pour $K = 1$. Ce cas correspond à un scénario radar à bande étroite pour lequel la reconstruction parcimonieuse est appliquée case distance par case distance. Bien que simplifiée par rapport au scénario large bande envisagé, cette première étude nous a permis de dégager des conclusions importantes. Tout d'abord, pour prendre en compte le désalignement des cibles, il est préférable de choisir un dictionnaire paramétrique comme celui défini par (7.68) plutôt que de se tourner, comme ceci est fait communément [132, 143, 296, 148, 264, 302], vers une version linéarisée à l'ordre 1 de celui-ci. Les résultats présentés dans la figure 7.29(a) étayent ce point. Notons ici que nous y avons affiché les performances d'une version modifiée de l'algorithme (7.72) obtenue par linéarisation du dictionnaire (7.68). Les détails de cette méthode sont donnés dans [3]*. On peut voir également dans la figure 7.29(a) qu'il est bénéfique d'estimer l'erreur même si son estimation a tendance à se dégrader lorsque l'erreur de grille augmente. Un second point important qui s'est dégagé de l'étude menée dans [3]* est que, dans le cadre d'un modèle paramétrique, un sur-échantillonnage de la grille est à proscrire (cf. figure 7.29(b)). En pratique, on prendra donc la dimension de reconstruction égale à celle de l'observation soit $\bar{M} = M$ et $\bar{K} = K$ dans le cas général $K \geq 1$.

Cas général $K \geq 1$

Données synthétiques Fort de ces conclusions, un premier scénario synthétique est présenté pour $K \geq 1$ dans la figure 7.30. Les résultats obtenus dans le cas $K = 1$ sont retrouvés ici. Lorsque les erreurs de grille ne sont pas estimées, l'algorithme SSR partage la puissance de la cible sur plusieurs cases avoisinantes. Dès qu'une erreur de grille est introduite dans une dimension (distance ou Doppler), un étalement est observé sur cette même dimension. De surcroît, plus le désalignement est grand plus l'étalement est important. Ce comportement n'est pas souhaitable puisqu'il peut mener à des fausses détections voire des non-détections. Au contraire, en estimant le désalignement, la reconstruction SSR est de meilleure qualité. Le phénomène d'étalement peut toujours apparaître lorsque l'erreur est grande, c'est-à-dire $\varepsilon \rightarrow \pm 0.5$, mais il est moins fréquent

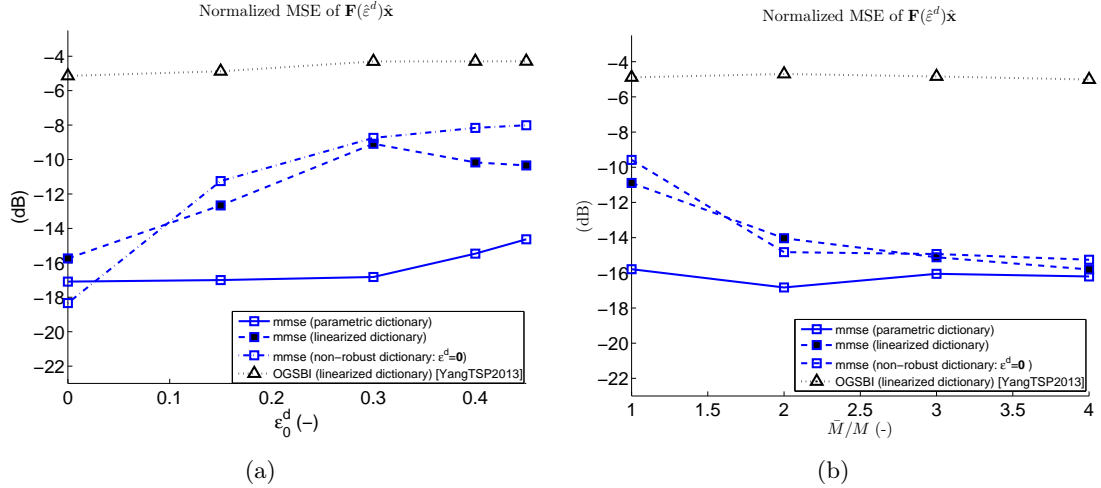


FIGURE 7.29 – Performance de méthodes de représentation parcimonieuse : algorithme (7.72), version modifiée de (7.72) basée sur une linéarisation du dictionnaire (7.68) [3]*, version non-robuste de (7.72) avec $\varepsilon^d = \mathbf{0}$, OGSBI [296]. La MSE normalisée de la scène reconstruite $\mathbf{F}(\hat{\varepsilon}^d)\hat{\mathbf{x}}$ est représentée pour un scénario comportant une seule cible de SNR=20 dB dans la case $\bar{i} = 0$ en fonction (a) de l'erreur de grille ε_0^d (b) de la dimension de reconstruction \bar{M} pour une fréquence Doppler de cible $f_d \sim \mathcal{U}_{[0,1/M]}$.

et moins prononcé. Ceci est dû à l'ambiguïté de représentation du modèle de désalignement : par exemple sur la dimension Doppler, une cible située dans la case \bar{m} avec une erreur $\varepsilon^d = +0.5$ peut être tout au aussi bien représentée par une cible dans la case $\bar{m} + 1$ avec une erreur $\varepsilon^d = -0.5$ [3]*, [263]. L'ambiguïté de représentation est à l'origine de la dégradation observée précédemment dans la figure 7.29(a) lorsque l'erreur augmente. En sortie de l'échantillonneur (7.72), les distributions empiriques de chaque paramètre échantillonné peuvent être également obtenues. On représente en particulier la pdf *a posteriori* de $\varepsilon_i^d, \varepsilon_i^b | \mathbf{y}$ pour une case occupée par une cible en chevauchement sur les dimensions distance et Doppler. On peut apprécier encore ici le resserrement de la pdf *a posteriori* par rapport à la loi *a priori* non informative (7.70).

Données expérimentales Les estimateurs MMSE sont testés sur les données expérimentales du PARSAX et représentés dans la figure 7.32 (la bande instantanée B et le temps d'intégration M sont abaissés pour négliger la migration distance). N'ayant pas accès à la vérité terrain, l'estimateur spectral APES est représenté en trame de fond pour donner une indication de celle-ci. Il apparaît clairement ici encore qu'estimer l'erreur de grille permet d'éviter le phénomène d'étalement en distance et vitesse de cibles en chevauchement. Par voie de conséquence des non-détections peuvent être évitées (p.ex., cible dans la case distance/Doppler -7/650). Notons enfin qu'avec ce jeu de données, le fouillis de sol semble être bien interprété par un ensemble fini de ponctuels autour de la vitesse nulle. Ce résultat diffère de la conclusion faite précédemment dans la section 7.4.3 où, pour détecter une cible dans la première vitesse aveugle du fouillis, la prise en compte d'une composante diffuse a été pertinente.

7.4.5 Bilan

Étant donné les limites de performance des estimateurs spectraux reportés dans la section 7.3, une seconde approche basée sur la représentation parcimonieuse du signal a été étudiée. En effet, l'estimation de cibles migrantes pour un radar large bande à basse PRF peut être vue comme un problème de reconstruction suite à un échantillonnage compressé sur le domaine du temps long (c'est-à-dire en dessous de la limite de Shannon). Afin de régulariser le problème d'estimation,

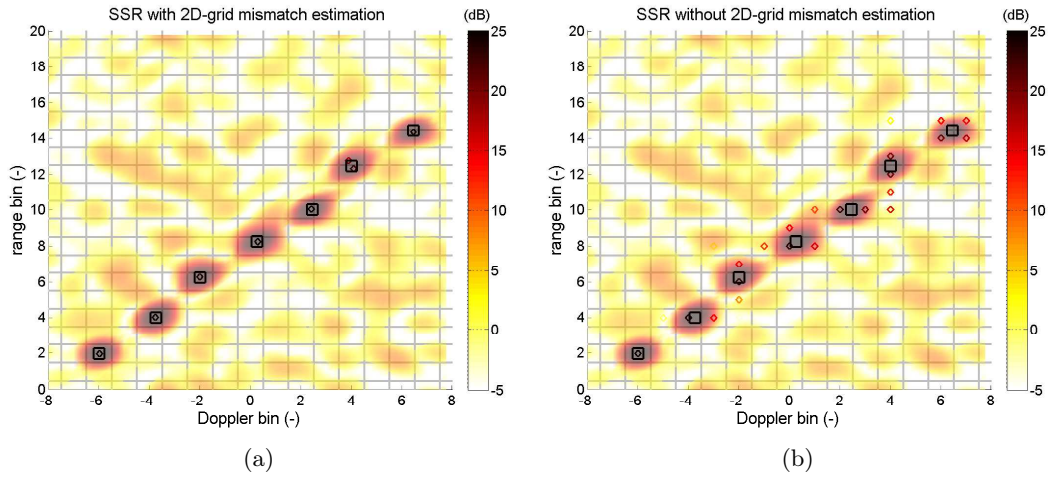


FIGURE 7.30 – Représentation parcimonieuse pour un signal radar bande étroite. Données synthétiques. 7 cibles de $\text{SNR}=25$ dB, $M = 16$, $K = 20$, $\sigma^2 = 1$, $\bar{M} = M$, $\bar{K} = K$, $(\gamma_0, \gamma_1) = (0, 0)$ (β_0, β_1) tels que $m_{\sigma_x^2} = 20$ dB and $\text{std}_{\sigma_x^2} = 10$ dB. Le fond transparent est l'estimateur 2D-APES [177]. Les cibles sont représentées par des carrés. Les rectangles gris représentent la grille d'analyse distance-Doppler. Les diamants représentent la sortie de l'estimation parcimonieuse. (a) Estimateur MMSE avec évaluation du désalignement selon (7.72). (b) Estimateur MMSE sans évaluation du désalignement selon (7.59).

un modèle hiérarchique Bayésien a été décrit dans lequel la parcimonie (supposée) du signal est imposée via une loi *a priori* Bernoulli-Gaussienne. Le modèle est versatile et a été décliné dans différentes versions pour prendre en compte la possible présence d'une composante de fouillis diffus ainsi que le chevauchement des cibles sur les cases d'analyse (dans un cas simplifié sans migration distance). Sur la base de ces modèles, des estimateurs ont été obtenus par des méthodes numériques : les méthodes MCMC ont un fort coût calculatoire mais donnent accès à des estimateurs optimaux, *a contrario* l'utilisation d'une approximation variationnelle Bayésienne permet d'accéder à des estimateurs moins complexes mais sous-optimaux. Les performances des schémas d'estimation proposés ont montré qu'il est possible de lever les ambiguïtés vitesse de cibles isolées ou en compétition dans leurs lobes secondaires respectifs (en particulier le premier). Également, il a été possible de détecter une cible synthétique dans la première vitesse aveugle d'un fouillis issu de données expérimentales. Pour ce faire, la prise en compte d'une composante de fouillis diffus dans le schéma SSR s'est avérée pertinente. L'application des estimateurs sur signaux intégralement expérimentaux (dont cibles et fouillis) requiert encore, entre autres, la prise en compte du phénomène de chevauchement des cibles sur les cases d'analyse en présence de migration distance. Ces premiers résultats sont encourageants et ouvrent la voie à de nombreuses perspectives explicitées en section 9.

En résumé, les approches SSR, reconnues comme des traitements non linéaires [102, 185, 130], se sont avérées jusqu'ici plus attractives que celles basées sur des traitements linéaires tels les méthodes W-Capon et W-APES. Également, la diversité fréquentielle obtenue par une forme d'onde large bande permet bien de lever les ambiguïtés liées à la mesure de phase Doppler.

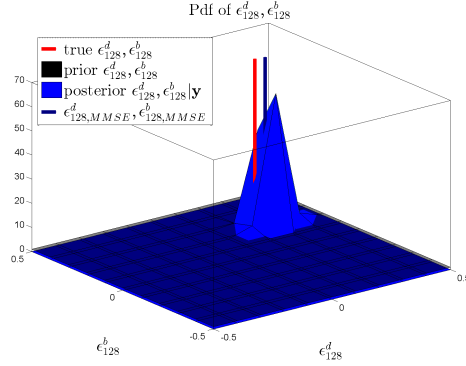


FIGURE 7.31 – Loi *a priori* et loi *a posteriori* empirique obtenue grâce à l'échantillonneur de Gibbs (7.72). Désalignement $\varepsilon_{\bar{i}}^d, \varepsilon_{\bar{i}}^b$ pour $\bar{i} = 128 \Leftrightarrow (\bar{k}, \bar{m}) = (8, 0)$.

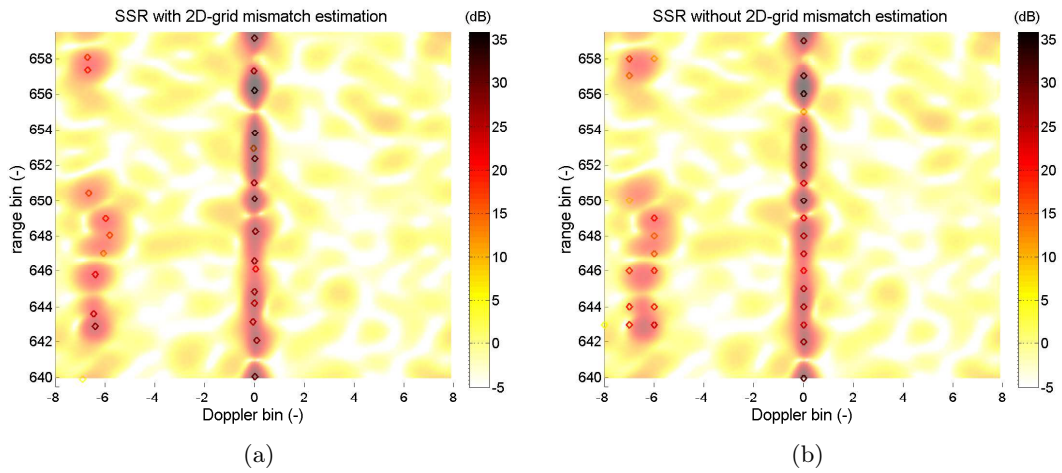


FIGURE 7.32 – Représentation parcimonieuse pour un signal radar bande étroite. Données expérimentales : $f_c = 3.315$ GHz, $B = 50$ MHz ($\delta_R = 3$ m), $f_r = 1$ kHz ($v_a = 42.25$ m/s), $M = 16$, $K = 20$, $\sigma^2 = 1$, $\bar{M} = M$, $\bar{K} = K$, $(\gamma_0, \gamma_1) = (0, 0)$, (β_0, β_1) tels que $m_{\sigma_x^2} = 35$ dB and $std_{\sigma_x^2} = 10$ dB. Le fond transparent est l'estimateur 2D-APES [177]. Les diamants représentent la sortie de l'estimation parcimonieuse. (a) Estimateur MMSE avec évaluation du désalignement selon (7.72). (b) Estimateur MMSE sans évaluation du désalignement selon (7.59).

Chapitre 8

Poursuite robuste de la phase d'un signal GNSS multifréquence

8.1 Introduction

8.1.1 Contexte et problématique

Dans de nombreux domaines d'application militaire ou civile, une haute précision de positionnement est recherchée. Le positionnement par satellites est un bon candidat et peut, par exemple, assurer des précisions de l'ordre du centimètre (voire inférieures). Des exemples d'application se trouvent dans des domaines aussi variés que la construction, la cartographie, l'agriculture (p.ex., pour le guidage automatique de machines pour les semis et les plantations [131]) ou encore le divertissement basé sur des services de localisation (p.ex., le *geocaching*). Pour calculer sa position, un récepteur standard GNSS (*Global Navigation Satellite System*) se base sur des mesures de retard du code propre à chaque satellite [157]. Les précisions atteintes dans ce cas sont de l'ordre, typiquement, de quelques mètres. Pour obtenir une précision au moins centimétrique, il est nécessaire d'utiliser également la mesure de la phase de la porteuse des satellites. En effet, celle-ci représente une mesure de la distance entre le satellite et le récepteur en nombre de cycles de porteuse [202] qui est plus précise qu'une mesure basée sur le retard du code [287]. Les solutions GNSS précises actuelles reposent sur deux types de méthodes : 1) le RTK (*Real Time Kinematic*) est une technique différentielle dans laquelle des stations de base envoient des corrections sur la mesure de la phase au récepteur [225, 206] 2) le PPP (*Precise Point Positioning*) est une technique qui exploite les mesures de phase d'un unique récepteur conjointement avec des données précises sur l'horloge et l'orbite des satellites obtenues préalablement [310, 122].

En pratique, les mesures de phase sont fournies par des boucles de poursuite PLL (*Phase Lock Loop*) [179, 45, 253]. Bien que donnant des mesures précises, les boucles de phase sont sensibles aux perturbations [252]. En particulier, pour être exploitables, il est nécessaire que ces boucles aient un taux de sauts de cycle acceptable. Le saut de cycle est un phénomène bien connu dans la littérature [282, 87, 266, 140, 267, 180, 234, 50, 243, 73] et correspond à une erreur locale de l'estimation de la plage d'ambiguïté de la phase absolue du signal. Il est causé en pratique par de fortes dynamiques et/ou par un fort bruit. Les boucles PLL d'un récepteur GNSS sont ainsi très sensibles dans des environnements difficiles tels les canyons urbains, où le positionnement précis devient un véritable défi. Notons également que le phénomène de sauts de cycle n'est pas propre aux boucles PLL mais se rencontre dans tout problème de développement de phase.

Dans cet axe de recherche, nous nous sommes intéressés en particulier à l'apport de la diversité fréquentielle qui a été proposée de multiples fois dans la littérature comme un moyen pour lever les ambiguïtés d'estimation de phase [72]. Rappelons-le ici, la diversité fréquentielle est obtenue dès lors que le système d'intérêt observe la même scène à des fréquences porteuses différentes. La

phase est alors mesurée, au ratio (connu) des fréquences porteuses près, autant de fois qu'il y a de porteuses. La redondance d'information peut aider alors à lever les ambiguïtés sur la phase. Ce principe se retrouve dans de nombreux domaines d'application et se décline pour les problèmes d'estimation bloc ou séquentielle (ce dernier cas étant celui d'intérêt dans cet axe). En radar, nous avons exploité la diversité fréquentielle dans le cadre d'une forme d'onde large bande (cf. chapitre 7), mais elle peut également s'obtenir par une forme d'onde OFDM [270] ou, comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent, par une forme d'onde ayant plusieurs fréquences de répétition [276]. Elle se retrouve également, par exemple, en robotique avec l'utilisation de caméra temps de vol (TOF, *Time-Of-Flight*) [107] et en SAR interférométrique avec l'utilisation de plusieurs interférogrammes [298]. Dans le domaine du GNSS, la diversité fréquentielle est fort à propos étant donné l'explosion en cours et à venir de constellations GNSS multifréquence : p.ex., fréquences L1, L1C, L2C et L5 pour la constellation américaine GPS (*Global Positioning System*) [314], fréquences E1, E5 et E6 pour la constellation européenne Galiléo [313]. De nouveaux récepteurs multifréquence exploitant cette diversité sont ainsi proposés : pour l'acquisition (détection) des satellites [124], pour la détection de multitrajets [197], et pour la poursuite des signaux basée soit sur un principe d'assistance entre canaux fréquentiels [221, 126] soit sur des méthodes de filtrage (filtre de Kalman basé sur la sortie des discriminateurs dans [126, 125], filtre particulier dans [309] et poursuite dite vectorielle de la phase dans [138].

8.1.2 Contributions

Les travaux présentés dans ce chapitre ont pour but de définir des algorithmes d'estimation séquentielle permettant de recouvrir la phase absolue de la porteuse d'un signal GNSS en environnement difficile (caractérisé ici par un fort bruit) dans le cas de signaux multifréquence. Un faible taux de sauts de cycle est recherché. Pour ce faire, deux approches ont été à ce jour menées et se sont concentrées sur des scénarios de type récepteur pour piéton avec une faible dynamique. La première a consisté à modifier la structure générale de boucles classiques PLL en y injectant un bloc de développement de phase spécifique [23]*, [22]*. De par la nature multifréquence du signal, deux architectures ont été proposées : l'une dite décentralisée utilisant un bloc de développement par canal fréquentiel, l'autre dite centralisée n'utilisant qu'un seul bloc de développement pour l'ensemble des porteuses. Cette première approche est basée sur des outils simples (moindres carrés récursifs) et reprend en grande partie l'architecture classique d'une PLL. Dans un second temps, nous avons opté pour une approche plus proche du signal dans laquelle le problème d'estimation est intégralement reformulé [2]*. Nous nous sommes en particulier focalisé sur le cas d'un signal bifréquentiel pour lequel les amplitudes sont supposées être corrélées entre canaux. Un problème de filtrage Bayésien est alors formulé dans le cas particulier d'une faible dynamique de phase et une méthode de filtrage non linéaire est conçue en appliquant une approximation variationnelle Bayésienne. Cette seconde approche permet de s'affranchir de l'utilisation de discriminateur et peut être moins complexe par rapport à un filtre particulier. Dans ces deux approches, plusieurs hypothèses simplificatrices ont été faites par rapport à un scénario GNSS réel, ce qui laisse à ce jour entrevoir diverses pistes pour la poursuite des travaux, comme exposé dans la section 9.2.2.

8.2 Boucles de poursuite PLL augmentées

8.2.1 PLL monofréquence et limitations

8.2.1.1 Réception du signal GNSS

Les formes d'onde émises par les satellites d'une constellation GNSS sont variées mais sont constituées en général *a minima* d'un code, qui identifie le satellite par une technique CDMA

(*Code Division Multiple Access*), mis sur une porteuse. Sous ces hypothèses, le signal reçu par canal fréquentiel sur le récepteur GNSS en bande de base s'exprime par

$$s(t) = \alpha c(t - \tau) e^{j2\pi(f_c + F_d)t + \theta} + n(t) \quad (8.1)$$

où un seul signal satellite a été explicité (les autres sont éliminés après corrélation par orthogonalité des codes) et où

α est l'amplitude du signal du satellite en réception ;

$c(t)$ est le code identifiant le satellite ;

τ est le délai du code dû à la propagation entre le satellite et le récepteur ;

F_d est la fréquence Doppler non normalisée (contrairement au radar, le facteur 2 dans (7.3) disparaît puisque l'onde ne fait qu'un aller direct du satellite au récepteur) ;

θ est l'offset de phase propre au satellite ;

f_c est la fréquence porteuse ;

n représente le bruit.

Le calcul de la position du récepteur se base sur les mesures du délai sur le code et, également, de la phase de la porteuse dans le cas d'un positionnement précis. L'architecture globale d'un récepteur GNSS est représentée dans la figure 8.1. Une étape d'acquisition (équivalent de l'étape de détection dans un récepteur radar) permet de déterminer les satellites qui sont en vue tout en estimant conjointement le délai et la fréquence Doppler de chaque signal détecté. Pour suivre l'évolution de ces paramètres dans le temps, des boucles de poursuite sont mises en œuvre sur le délai et la phase (et/ou la fréquence Doppler). Les mesures fournies par ces boucles sont ensuite envoyées au navigateur qui a pour but de calculer la solution PVT (*Position, Velocity, Time*) suivant un principe de trilatération. Contrairement à l'étude du chapitre 7 portant sur le bloc de détection d'un radar large bande, nous nous sommes attachés dans cet axe de recherche à travailler en aval sur le bloc de *tracking*, en particulier sur la poursuite de la phase.

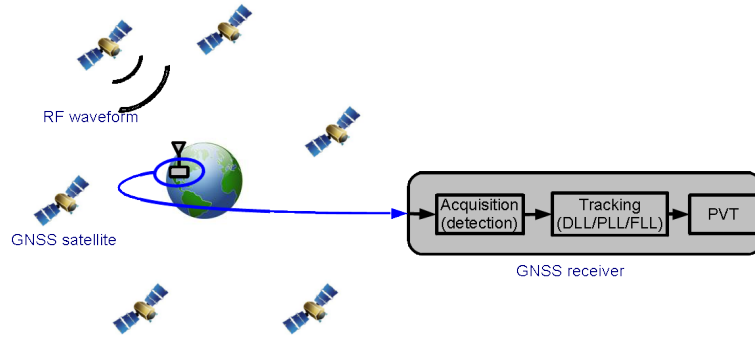


FIGURE 8.1 – Architecture classique d'un récepteur GNSS.

8.2.1.2 Architecture d'une PLL

En supposant la poursuite du délai sur le code assurée et la fréquence Doppler partiellement compensée, le signal (8.1) peut se réécrire après démodulation et échantillonnage de période T_s , suivant

$$y(s) = \alpha c(s) e^{j\phi(s)} + n(s).$$

Dans un récepteur GNSS conventionnel, la phase de la porteuse ϕ est poursuivie par une boucle numérique PLL dont l'architecture est constituée des blocs suivants (cf. figure 8.2) :

- un bloc de corrélation entre le signal et la réplique locale du récepteur dont la sortie $d(\phi - \hat{\phi})(\tilde{m})$ dépend de l'erreur d'estimation de phase (la notation \tilde{m} signale un changement de rythme dicté par le temps de corrélation T_{ci}) ;
- un discriminateur dont la sortie, notée $\delta\phi(\tilde{m}) \triangleq \mathcal{D}^{-1} \left\{ d(\phi - \hat{\phi})(\tilde{m}) \right\}$, correspond à l'erreur d'estimation de phase $\delta\phi(\tilde{m}) \triangleq (\phi - \hat{\phi})(\tilde{m})$ sous réserve de fonctionner en régime linéaire ;
- un filtre de boucle qui débruite la sortie de discriminateur $\delta\phi(\tilde{m})$ si bien qu'en sortie on obtient la dérivée $\dot{\hat{\phi}}(\tilde{m})$, le dimensionnement de ce filtre est sujet à un compromis entre la dynamique de la phase à poursuivre et le niveau de bruit toléré [253, 308] ;
- un intégrateur en sortie duquel on obtient l'estimée de phase $\hat{\phi}(\tilde{m})$;
- un générateur de réplique de code du satellite déphasée par l'estimée $\hat{\phi}(\tilde{m})$ que nous notons $a(\hat{\phi}(\tilde{m}))$.

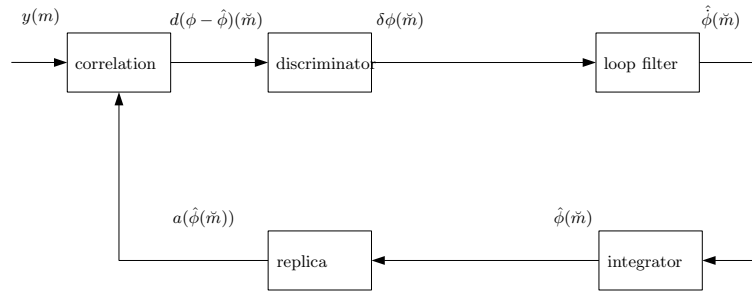


FIGURE 8.2 – Structure classique de boucle de poursuite de phase utilisée dans un récepteur GNSS.

Des phénomènes de non linéarité peuvent apparaître dans cette boucle au niveau du discriminateur. En effet, bien qu'il existe de nombreux discriminateurs de phase (p.ex., la fonction atan, etc. [287]), une caractéristique les distingue : leur périodicité. Ainsi, si l'erreur d'estimation de phase reste petite par rapport à la plage d'ambiguïté du discriminateur, ce dernier restitue effectivement l'erreur $\phi - \hat{\phi}$. La boucle fonctionne en régime linéaire. Par contre, si la phase ϕ évolue trop rapidement et/ou si le bruit du signal est trop important, l'erreur réelle $\phi - \hat{\phi}$ ne peut être restituée qu'à un facteur d'ambiguïté près. Un saut de cycle apparaît alors comme illustré dans la figure 8.3(a). La boucle dans ce cas ne fonctionne plus de manière linéaire. Elle perd localement son équilibre et peut soit le retrouver autour d'un autre point comme dans la figure 8.3(a) soit décrocher comme dans la figure 8.3(b).

8.2.2 PLL monofréquence avec bloc de développement de phase

Pour contrer le phénomène de saut de cycle tout en conservant une architecture globale de PLL, les auteurs de [112, 232, 113] ont proposé de placer des blocs de développement de phase en sortie du discriminateur. Ceux-ci tentent de corriger les sauts de cycle en monitorant l'écart entre deux sorties du discriminateur. Toutefois, ces méthodes restent peu robustes dans le cas d'un faible rapport signal à densité spectrale de bruit $CN0$ ¹. Une première contribution a été ici de proposer un nouveau bloc de développement basé sur un modèle de prédiction polynomiale [247] placé soit en sortie du discriminateur soit en sortie du filtre de boucle [23]*. Nous résumons ici la deuxième approche car elle permet d'étendre la méthode à des boucles multifréquence [22]*. Le principe est illustré dans la figure 8.4 et repose sur l'hypothèse que l'évolution temporelle de

1. Contrairement à la communauté radar qui dimensionne ces algorithmes en termes de SNR, celle du GNSS s'exprime plus souvent en termes de $CN0$ afin de caractériser le niveau de bruit indépendamment des traitements mis en œuvre sur le signal. En pratique, on a $SNR = CN0 \times T_{ci}$.

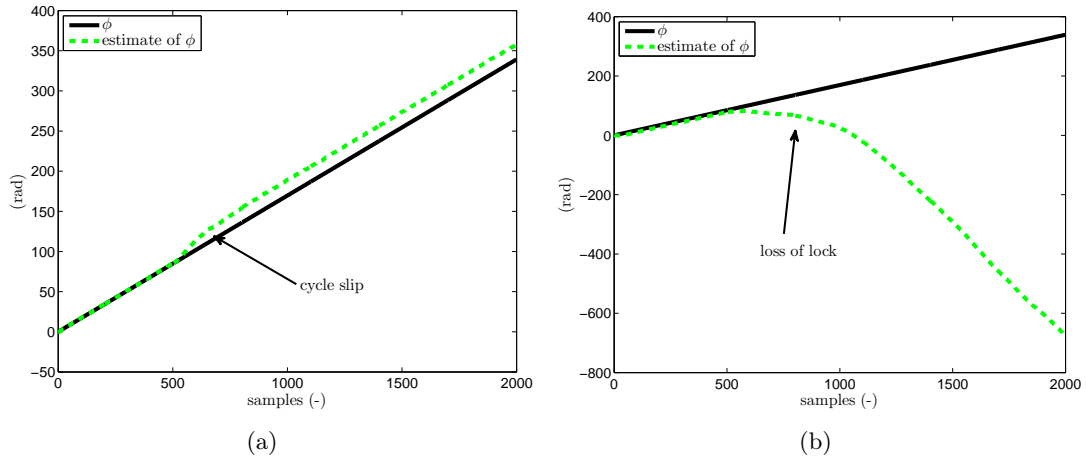


FIGURE 8.3 – Illustration du phénomène de saut de cycle (a) et de décrochage (b).

la sortie du filtre de boucle peut-être décrite par un polynôme tel que

$$\hat{\phi}(\check{m}) = \sum_{p=0}^P b_p \times (\check{m}T_{ci})^p + n_{\phi}(\check{m}) \quad (8.2)$$

où P et b_p sont respectivement le degré et les coefficients du polynôme et n_{ϕ} est un bruit additif. Afin d'estimer le vecteur des coefficients polynomiaux à chaque nouvelle sortie du filtre de boucle, on s'est intéressé simplement à une méthode par moindres carrés

$$\hat{\mathbf{b}}(\check{m}) = \arg \min_{\mathbf{b}} \left(\hat{\Phi}(\check{m}) - \mathbf{G}_{\check{m}} \mathbf{b} \right)^T \mathbf{W}(\check{m}) \left(\hat{\Phi}(\check{m}) - \mathbf{G}_{\check{m}} \mathbf{b} \right) \quad (8.3)$$

où

$$\mathbf{G}_{\check{m}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & T_{ci} & T_{ci}^2 & \dots & T_{ci}^P \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (\check{m}T_{ci}) & (\check{m}T_{ci})^2 & \dots & (\check{m}T_{ci})^P \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{b} = [b_0 \quad \dots \quad b_P]^T$$

$$\hat{\Phi}(\check{m}) = [\hat{\phi}(0) \quad \dots \quad \hat{\phi}(\check{m})]^T$$

$$\mathbf{n}_{\phi}(\check{m}) = [n_{\phi}(0) \quad \dots \quad n_{\phi}(\check{m})]^T$$

et $\mathbf{W}(\check{m})$ est une matrice de pondération. En pratique, la forme de cette dernière a été choisie pour introduire un facteur d'oubli ζ sur les échantillons et ainsi mieux suivre la dynamique locale. Une fois le vecteur des coefficients polynomiaux estimé, la phase peut être prédite à l'instant $(\check{m} + 1)$ suivant le modèle polynomial (8.2), ce que l'on note

$$\hat{\phi}(\check{m} + 1 | \check{m}) \triangleq \mathbf{g}_{\check{m}+1} \hat{\mathbf{b}}(\check{m})$$

où $\mathbf{g}_{\check{m}+1}$ est la dernière ligne de la matrice $\mathbf{G}_{\check{m}+1}$. Une étape de conversion, détaillée dans [23]*, permet de rendre la prédiction de sortie de filtre $\hat{\phi}(\check{m} + 1 | \check{m})$ homogène à une sortie de discriminateur notée $\delta\hat{\phi}_{uw}(\check{m} + 1 | \check{m})$. Elle est alors appliquée au niveau du discriminateur et de la réplique de code, toutefois avec un facteur de pondération $G < 1$. En pratique, la résolution de (8.3) est implémentée par la méthode des moindres carrés récursifs pour diminuer la

complexité calculatoire [247, 159]. L'algorithme est résumé dans (8.4).

$$\left\{ \begin{array}{ll} \hat{\phi}(\tilde{m} + 1|\tilde{m}) = \mathbf{g}_{\tilde{m}+1} \hat{\mathbf{b}}(\tilde{m}) & \text{Loop filter output prediction} \\ \delta\hat{\phi}_{\text{uw}}(\tilde{m} + 1|\tilde{m}) = f_{\text{conv}}(\hat{\phi}(\tilde{m} + 1|\tilde{m})) & \text{Conversion} \\ \delta\hat{\phi}_{\text{uw}}(\tilde{m} + 1) = \mathcal{D}^{-1} \left\{ d \left(\phi - \hat{\phi} - G\delta\hat{\phi}_{\text{uw}}(\tilde{m} + 1|\tilde{m}) \right) (\tilde{m}) \right\} & \text{Loop filter input with prediction} \\ \quad + G\delta\hat{\phi}_{\text{uw}}(\tilde{m} + 1|\tilde{m}) & \\ a \left(\hat{\phi}(\tilde{m}) + G\delta\hat{\phi}_{\text{uw}}(\tilde{m} + 1|\tilde{m}) \right) (m) & \text{Replica output with prediction} \\ \hat{\mathbf{b}}(\tilde{m} + 1) = \hat{\mathbf{b}}(\tilde{m}) + \mathbf{C}_{\tilde{m}+1} \left(\hat{\phi}(\tilde{m} + 1) - \hat{\phi}(\tilde{m} + 1|m) \right) & \text{Polynomial coefficients updating} \\ \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_{\tilde{m}+1} = \frac{\mathbf{P}_{\tilde{m}} \mathbf{g}_{\tilde{m}+1}^T}{\zeta_{\tilde{m}+1} + \mathbf{g}_{\tilde{m}+1}^T \mathbf{P}_{\tilde{m}} \mathbf{g}_{\tilde{m}+1}} \\ \mathbf{P}_{\tilde{m}+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{C}_{\tilde{m}+1} \mathbf{g}_{\tilde{m}+1}^T) \mathbf{P}_{\tilde{m}} \end{array} \right. & \end{array} \right. \quad (8.4)$$

La méthode s'est avérée concluante sur un large nombre de scénarios. Elle est illustrée sur une dynamique de phase de type piéton dans la figure 8.5. Deux métriques de performance usuelles y sont en particulier montrées : d'une part la probabilité de décrochage et d'autre part le taux de sauts de cycle (nombre de sauts de cycle par unité de temps avant éventuel décrochage). La méthode offre une meilleure robustesse au bruit (faible CN0) qu'une PLL classique ou que d'autres méthodes de développement de phase [232].

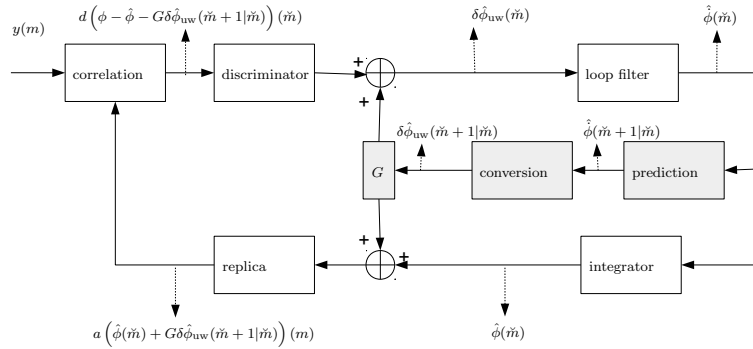


FIGURE 8.4 – Boucle de poursuite de phase monofréquence GNSS avec insertion d'une sous-structure de développement de phase (blocs en gris) [23]*.

8.2.3 PLL multifréquence

Comme mentionné en introduction, nous cherchons avant tout à exploiter la diversité fréquentielle pour faire diminuer le taux de sauts de cycle lors de la poursuite de la phase. Nous avons ainsi proposé deux types de boucle PLL multifréquence exploitant cette diversité et intégrant le bloc de développement de phase proposé dans le cas monofréquence (cf. algorithme (8.4)). En particulier, dans le cadre de boucles PLL, la diversité s'exprime par le fait que les sorties des filtres de boucle sont proportionnelles entre elles

$$\dot{\phi}_k = \frac{f_{c,k}}{f_{c,k'}} \dot{\phi}_{k'} \quad \text{pour } k, k' \in \{0, \dots, K-1\} \quad (8.5)$$

où K est le nombre de canaux fréquentiels disponibles et $f_{c,k}$ est la fréquence porteuse du k -ième canal. Notons que la relation (8.5) est valable lorsque l'on peut négliger la variation du TEC de l'ionosphère (*Total Electron Content*) que le signal rencontre sur son chemin [126, p.134]. Nous avons travaillé sous cette hypothèse pour l'ensemble des travaux présentés dans la suite.

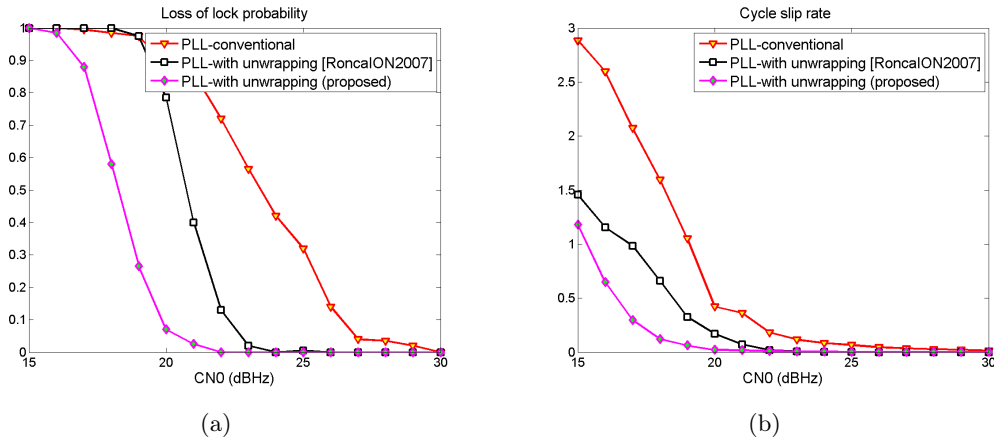


FIGURE 8.5 – Performances de PLL monofréquence avec ou sans bloc de développement de phase. Dynamique de phase de 2 Hz + 0.5 Hz/s, $T_{ci} = 20$ ms, $P = 1$, $G = 0.6$.

8.2.3.1 PLL multifréquence décentralisée

La première PLL multifréquence proposée est représentée dans la figure 8.6(a) et repose sur une approche que nous qualifions de décentralisée. Pour chaque canal fréquentiel disponible, une PLL est mise en place avec le bloc de développement de phase décrit précédemment. Si l'on dispose de K canaux, il en résulte ainsi K vecteurs de coefficients polynomiaux \mathbf{b}_k . De par la relation (8.5), il vient directement également que les coefficients polynomiaux sont proportionnels entre eux suivant $\mathbf{b}_k = f_{c,k}/f_{c,k'} \mathbf{b}_{k'}$. En prenant un canal en référence, on peut donc écrire

$$\mathbf{b}_k = \gamma_k \mathbf{b}_{ref} \quad (8.6)$$

où $\gamma_k = f_{c,k}/f_{c,ref}$ et où l'indice ref désigne un des K canaux. Nous avons alors proposé de fusionner l'information des K canaux fréquentiels en ré-estimant les coefficients polynomiaux par une simple moyenne comme suit

$$\hat{\mathbf{b}}_k = \gamma_k \hat{\mathbf{b}}_{ref} \quad \text{où} \quad \hat{\mathbf{b}}_{ref} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{\gamma_k} \hat{\mathbf{b}}_k. \quad (8.7)$$

L'idée est que si un saut de cycle apparaît sur un des canaux fréquentiels dû au bruit, la corruption qu'il engendre sur l'estimation du vecteur des coefficients polynomiaux afférent sera amoindrie par l'opération de lissage (8.7).

8.2.3.2 PLL multifréquence centralisée

La seconde PLL multifréquence proposée procède à la fusion des coefficients polynomiaux plus en amont comme représenté dans la figure 8.6(b). Nous la qualifions ainsi de centralisée. En particulier, l'ensemble des K sorties de filtre de boucle vont servir à l'estimation d'un unique vecteur de coefficients polynômiaux $\hat{\mathbf{b}}_{ref}$. En utilisant les relations (8.2) et (8.6), pour chaque canal fréquentiel k on a

$$\hat{\Phi}_k(\check{m}) = \gamma_k \mathbf{G}_{\check{m}} \mathbf{b}_{ref} + \mathbf{n}_{\phi,k}(\check{m}).$$

Le problème d'estimation peut se reformuler alors par le problème des moindres carrés suivant

$$\hat{\mathbf{b}}_{ref}(\check{m}) = \arg \min_{\mathbf{b}_{ref}} (\mathbf{U}(\check{m}) - \mathbf{G}_{\check{m}} \mathbf{b}_{ref})^T \mathbf{W}(\check{m}) (\mathbf{U}(\check{m}) - \mathbf{G}_{\check{m}} \mathbf{b}_{ref}) \quad (8.8)$$

où $\mathcal{W}(\check{m})$ est une matrice de pondération pour les K canaux et

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} \gamma_0 \\ \vdots \\ \gamma_{K-1} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{G}_{\check{m}} \quad , \quad \mathcal{U}(\check{m}) = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_0(\check{m}) \\ \vdots \\ \hat{\Phi}_{K-1}(\check{m}) \end{bmatrix}^T .$$

Un algorithme des moindres carrés récursifs pour résoudre (8.8) de manière séquentielle a alors été proposé tirant parti de la structure spécifique des matrices et vecteurs mis en jeu. Les détails de la méthode sont consignés dans [22]*.

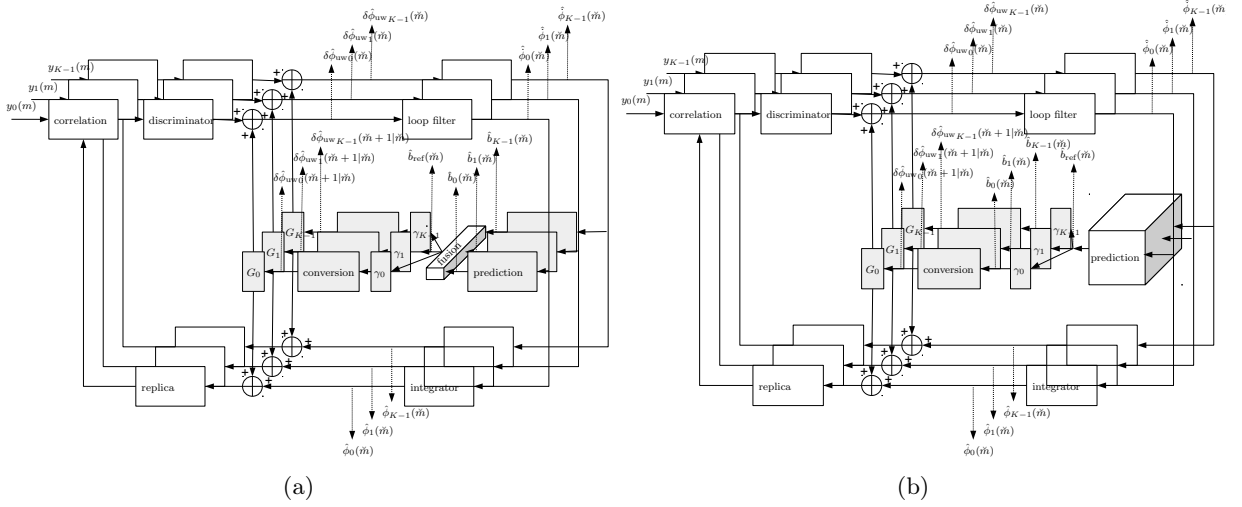


FIGURE 8.6 – Boucle de poursuite de phase multifréquence GNSS avec insertion d'une sous-structure de développement de phase (blocs en gris) [22]*. (a) Approche décentralisée. (b) Approche centralisée.

8.2.3.3 Résultats

Les deux structures multifréquence ont été testées sur des scénarios piéton en considérant deux canaux fréquentiels GNSS conventionnels que sont les fréquences L1=1575.42 MHz et L2=1227.60 MHz. (En prenant la fréquence L2 en référence, le ratio fréquentiel est égal à $\gamma_1 \approx 1.28$.) En supposant, que les deux canaux ont les mêmes niveaux de puissance en réception, on observe dans la figure 8.7 que les boucles multifréquence permettent, par rapport à la PLL monofréquence introduite précédemment dans la section 8.2.2, de réduire la probabilité de décrochage et le taux de sauts de cycle. Notons également que le canal L1 conserve les moins bonnes performances des deux canaux. En effet, pour un même mouvement relatif entre satellite et utilisateur, la dynamique du canal L1 est plus grande que celle observée sur L2. Le canal L1 est donc le moins tolérant au bruit. Une étude similaire a été conduite en prenant en compte des différences réalistes de puissance entre porteuses (p.ex., une perte de 5dB sur L2 [315]). Dans ce cas, le canal L2 le moins puissant profite de la nature multifréquence de la poursuite. Au contraire, le canal le plus puissant se voit contaminer par le second et se dégrade par rapport à une poursuite monofréquence. Notons enfin que dans l'ensemble des simulations conduites, il ne semble pas y avoir de différences significatives de performances entre les approches centralisée et décentralisée.

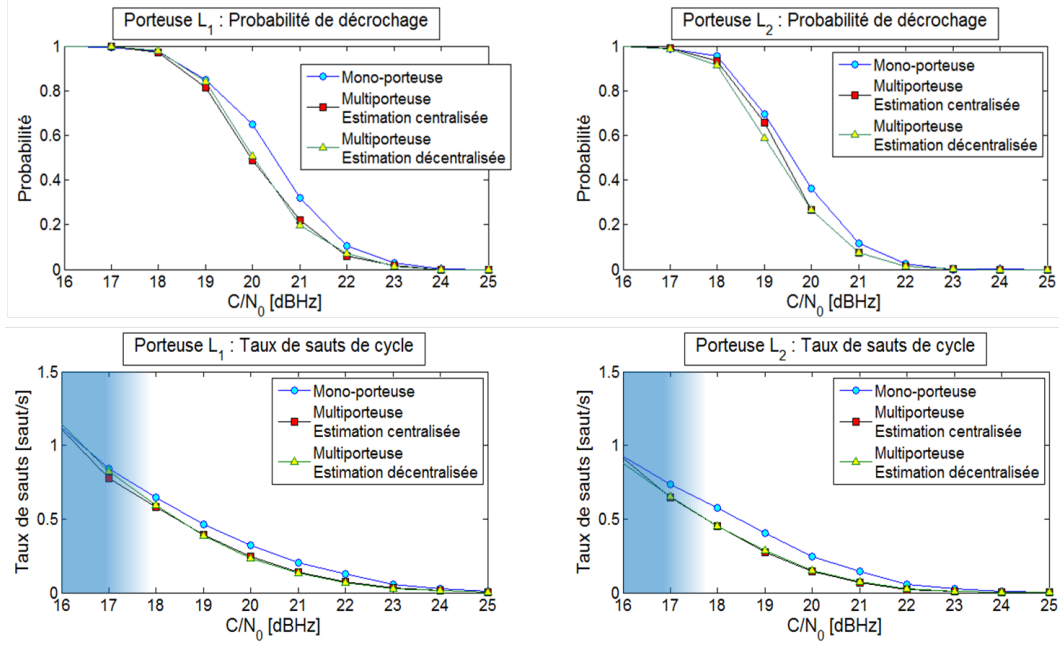


FIGURE 8.7 – Performance de PLL monofréquence et multifréquence avec bloc développement de phase. Deux porteuses de même puissance. Dynamique de phase de 3 Hz +1 Hz/s, $T_{ci} = 20$ ms, $P = 1$, $G = 0.6$

8.2.4 Bilan

Dans un premier temps, nous avons choisi de mettre en place des techniques simples pour définir des algorithmes de poursuite de phase utilisant la diversité fréquentielle. Partant de l'architecture classique d'une PLL, un nouveau bloc de développement de phase y a été incorporé. Ce bloc opère une prédiction des sorties du filtre de boucle suivant un modèle polynomial. Cette stratégie a pu être facilement adaptée pour définir des boucles multifréquence. En particulier, deux architectures ont été développées : la diversité fréquentielle y est exploitée en supposant une proportionnalité entre les coefficients polynomiaux du bloc de développement de phase. Ces premières techniques ont montré une bonne capacité à diminuer le taux de sauts de cycle et les probabilités de décrochage des boucles. Toutefois, certaines limites ont été observées. Tout d'abord, dans le cas où un canal est moins puissant, il peut contaminer les autres. Une boucle multifréquence dans laquelle les canaux les plus viables viendraient assister les plus faibles serait plutôt à privilégier. Également, ces boucles nécessitent le réglage *ad hoc* de plusieurs paramètres (p.ex., les gains G_k). Enfin, dans cette approche, le véritable gain semble être obtenu plutôt par le bloc de développement de phase proposé initialement dans le cas monofréquence que par la diversité fréquentielle. La boucle PLL ne semble ainsi pas offrir un cadre adéquat pour exploiter au mieux cette diversité. Nous nous sommes ainsi tournés dans un second temps vers une autre approche en nous plaçant en amont de la PLL et en repensant la technique de poursuite. Seuls deux canaux fréquentiels sont considérés dans ce qui suit.

8.3 Filtrage Bayésien variationnel

8.3.1 Modèle du signal

Dans cette seconde approche, nous supposons qu'une boucle sur le délai et la fréquence est mise en œuvre et est verrouillée (pas de décrochage). On s'intéresse alors à estimer la phase résiduelle des sorties de corrélation observées de cette façon sur deux canaux fréquentiels. Le modèle proposé s'inspire en partie de celui présenté dans [74] pour une application ISAR (*Inter-*

ferometric SAR). Il est adapté ici pour prendre en compte une relation de proportionnalité entre les mesures de phase des porteuses.

8.3.1.1 Équation de mesure

Sous ces hypothèses, le signal observé sur les deux canaux fréquentiels s'écrit

$$\begin{aligned} y_0(\check{m}) &= \alpha_0(\check{m})e^{j\phi(\check{m})} + n_0(\check{m}) \\ y_1(\check{m}) &= \alpha_1(\check{m})e^{j\gamma\phi(\check{m})} + n_1(\check{m}) \end{aligned}$$

où

$(.)_{0,1}$ sont les indices désignant respectivement le premier et second canal fréquentiel ;

$\alpha_{0,1}(\check{m})$ est l'amplitude reçue par canal ;

$\phi(\check{m})$ est la phase porteuse du premier canal ;

$\gamma \triangleq \gamma_1$ est le ratio de la seconde fréquence porteuse sur la première tel que $\gamma = f_{c,1}/f_{c,0} > 1$;

$n_{0,1}(\check{m})$ est la composante de bruit pour chaque canal.

Une notation vectorielle équivalente est utilisée dans la suite

$$\mathbf{y}_{\check{m}} = \boldsymbol{\alpha}_{\check{m}} \odot \begin{bmatrix} e^{j\phi_{\check{m}}} \\ e^{j\gamma\phi_{\check{m}}} \end{bmatrix} + \mathbf{n}_{\check{m}} \quad (8.9)$$

où $\phi_{\check{m}} \triangleq \phi(\check{m})$, \odot est le produit de Hadamard et où chaque vecteur de longueur 2 concatène le signal reçu sur les deux canaux, p.ex., $\mathbf{y}_{\check{m}} = [y_0(\check{m}) \ y_1(\check{m})]^T$.

Fonction de vraisemblance Les composantes de bruit $n_0(\check{m})$ et $n_1(\check{m})$ sont supposées statistiquement indépendantes et distribuées suivant une densité Gaussienne, soit

$$\mathbf{n}_{\check{m}} | \sigma^2 \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_2) \quad (8.10)$$

où σ^2 représente la puissance de bruit par échantillon par canal et \mathbf{I}_2 est la matrice identité de taille 2×2 . La fonction de vraisemblance est alors donnée par

$$f(\mathbf{y}_{\check{m}} | \boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}, \phi_{\check{m}}, \sigma^2) = \pi^{-2} \sigma^{-4} \exp \left\{ -\sigma^{-2} \left\| \mathbf{y}_{\check{m}} - \boldsymbol{\alpha}_{\check{m}} \odot \begin{bmatrix} e^{j\phi_{\check{m}}} \\ e^{j\gamma\phi_{\check{m}}} \end{bmatrix} \right\|_2^2 \right\} \quad (8.11)$$

À ce stade, on remarque que le modèle de signal (8.11) ne permet pas de définir un estimateur du maximum de vraisemblance de $\phi_{\check{m}}$. Ci-après, nous considérons donc plutôt une équation de mesure obtenue en marginalisant la fonction de vraisemblance (8.11) par rapport au paramètre de nuisance $\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}$. Pour ce faire, une distribution est assignée au vecteur des amplitudes $\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}$.

Fonction de vraisemblance marginalisée

Loi a priori de l'amplitude Afin de modéliser de possibles effets de décorrélation entre les amplitudes complexes $\alpha_0(\check{m})$ et $\alpha_1(\check{m})$ pendant la propagation du signal entre le satellite et le récepteur (p.ex., effets de scintillation [82]), nous adoptons une démarche simple dans laquelle le vecteur des amplitudes $\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}$ est décrit comme un vecteur Gaussien centré de même puissance σ_α^2 sur chaque canal et corrélé entre canaux d'un facteur $\rho \in [0, 1]$. Ceci se résume par

$$\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}} | \sigma_\alpha^2, \rho \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_\alpha) \quad (8.12)$$

2. L'hypothèse d'iso-puissance entre canaux est simplificatrice. Le modèle pourrait facilement être adapté pour décrire des canaux fréquentiels de puissances différentes.

où la matrice de corrélation \mathbf{R}_α est supposée indépendante de l'instant \check{m} et telle que $\mathbf{R}_\alpha = \sigma_\alpha^2 \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho^* & 1 \end{pmatrix}$. La densité *a priori* de $\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}|\sigma_\alpha^2, \rho$ est ainsi donnée par

$$\pi(\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}|\sigma_\alpha^2, \rho) = \frac{1}{\pi^2 |\mathbf{R}_\alpha|} \exp \left\{ -\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}^H \mathbf{R}_\alpha^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{\check{m}} \right\}$$

où $|\mathbf{R}_\alpha| = \sigma_\alpha^4 (1 - |\rho|^2)$.

Fonction de vraisemblance marginalisée En utilisant (8.11) et (8.12), on montre que la fonction de vraisemblance marginalisée définie par $f(\mathbf{y}_{\check{m}}|\phi_{\check{m}}) = \int f(\mathbf{y}_{\check{m}}|\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}, \phi_{\check{m}}) \pi(\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}) d\boldsymbol{\alpha}_{\check{m}}$ est une loi Gaussienne $\mathbf{y}_{\check{m}}|\phi_{\check{m}} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{\mathbf{y}_{\check{m}}})$ où

$$\mathbf{R}_{\mathbf{y}_{\check{m}}} = \begin{pmatrix} \sigma^2 + \sigma_\alpha^2 & \sigma_\alpha^2 \rho e^{-j\tilde{\gamma}\phi_{\check{m}}} \\ \sigma_\alpha^2 \rho^* e^{j\tilde{\gamma}\phi_{\check{m}}} & \sigma^2 + \sigma_\alpha^2 \end{pmatrix} \quad (8.13)$$

avec $\tilde{\gamma} = \gamma - 1$. On a donc

$$f(\mathbf{y}_k|\phi_{\check{m}}) \propto \exp \left\{ -\frac{(\sigma^2 + \sigma_\alpha^2)}{(\sigma^2 + \sigma_\alpha^2)^2 - |\rho|^2 \sigma_\alpha^4} \mathbf{y}_{\check{m}}^H \mathbf{y}_{\check{m}} \right\} \exp \left\{ \beta_{\check{m}} \cos \left(\tilde{\gamma} \left[\frac{\varphi_{\check{m}}}{\tilde{\gamma}} - \phi_k \right] \right) \right\} \quad (8.14)$$

où

$$\begin{cases} \beta_{\check{m}} = 2 \frac{\sigma_\alpha^2}{[\sigma^2 + \sigma_\alpha^2]^2 - |\rho|^2 \sigma_\alpha^4} |z_{\check{m}}| & \text{and } z_{\check{m}} = \rho y_0^*(\check{m}) y_1(\check{m}) \\ \varphi_{\check{m}} = \angle z_{\check{m}} \end{cases} \quad (8.15)$$

où $\angle z_{\check{m}} = \arctan(\Im\{z_{\check{m}}\}/\Re\{z_{\check{m}}\})$ est l'angle de $z_{\check{m}}$ qui se trouve dans $[-\pi, +\pi]$. $\Re\{\}$ et $\Im\{\}$ désignent respectivement les parties réelle et imaginaire. Soulignons que dans (8.14) le paramètre $\varphi_{\check{m}}/\tilde{\gamma}$ est un estimateur MML (*Marginal Maximum Likelihood*) de la phase absolue $\phi_{\check{m}}$ et, de par sa définition, se trouve dans l'intervalle $[-\frac{\pi}{\tilde{\gamma}}, +\frac{\pi}{\tilde{\gamma}}]$. Dans la suite, il est noté

$$\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}} \triangleq \frac{\varphi_{\check{m}}}{\tilde{\gamma}}. \quad (8.16)$$

Distributions de $\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}}$ and $\beta_{\check{m}}$ Avant de poursuivre la description du modèle, il est utile de remarquer d'après (8.14) que la mesure d'intérêt est entièrement décrite par le paramètre $z_{\check{m}}$ dans (8.15), qui est (au facteur ρ près) le produit du signal reçu sur les deux canaux fréquentiels. Par conséquent, les performances de l'estimateur de la phase $\phi_{\check{m}}$ proposé plus loin vont dépendre de la distribution de $z_{\check{m}}$. En particulier, il nous a été utile d'expliciter la distribution jointe de $\beta_{\check{m}}, \hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}}|\phi_{\check{m}}$ tout comme celles de $\beta_{\check{m}}|\phi_{\check{m}}$ et $\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}}|\phi_{\check{m}}$. En utilisant des résultats de [171], on obtient les expressions suivantes

$$f(\beta_{\check{m}}, \hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}}|\phi_{\check{m}}) = \frac{\tilde{\gamma}}{2\pi} \frac{1 - |\varrho|^2}{|\varrho|^2} \beta_{\check{m}} \exp \left\{ \beta_{\check{m}} \cos \left(\tilde{\gamma} [\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}} - \phi_{\check{m}}] \right) \right\} K_0 \left\{ \frac{\beta_{\check{m}}}{|\varrho|} \right\} \quad (8.17a)$$

$$f(\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}}|\phi_{\check{m}}) = \frac{\tilde{\gamma}}{2\pi} \frac{1 - |\varrho|^2}{(1 - c^2)} \left[1 - \frac{c \arccos(c)}{\sqrt{1 - c^2}} \right] \mathbb{I}_{[-\frac{\pi}{\tilde{\gamma}}, \frac{\pi}{\tilde{\gamma}}]}(\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}}) \quad (8.17b)$$

$$f(\beta_{\check{m}}|\phi_{\check{m}}) = \frac{1 - |\varrho|^2}{|\varrho|^2} I_0\{\beta_{\check{m}}\} K_0 \left\{ \frac{\beta_{\check{m}}}{|\varrho|} \right\} \quad (8.17c)$$

où $c = -|\varrho| \cos(\tilde{\gamma}[\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}} - \phi_{\check{m}}])$ et $I_q\{\}$, $K_q\{\}$ sont les fonctions de Bessel modifiées de première et seconde espèce à l'ordre q . Également, dans (8.17), ϱ est le coefficient de corrélation associé au vecteur $\mathbf{y}_{\check{m}}|\phi_{\check{m}}$ que l'on qualifiera d'effectif. D'après (8.13), son module est donné par

$$|\varrho| = \frac{|\rho|}{1 + SNR^{-1}} \quad (8.18)$$

où SNR est le rapport signal-à-bruit défini ici comme

$$SNR = \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma^2}.$$

La distribution jointe (8.17a) dépend donc seulement de $\phi_{\check{m}}$ et des paramètres $\tilde{\gamma}$ and $|\varrho|$. On voit en particulier dans la figure 8.8 que le coefficient de corrélation effectif $|\varrho|$ est toujours plus petit que $|\rho|$ et est dégradé par un faible SNR.

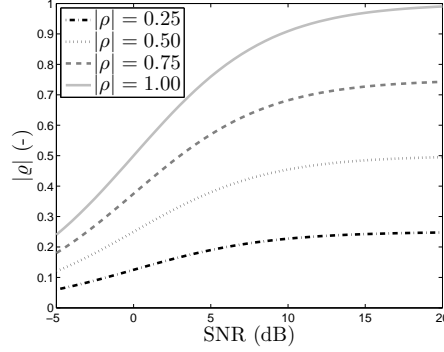


FIGURE 8.8 – Coefficient de corrélation effectif $|\varrho|$ (8.18) en fonction du SNR.

8.3.1.2 Dynamique de phase

Après avoir introduit l'équation de mesure, nous décrivons ensuite l'équation dynamique du modèle d'état. Le but étant d'estimer la phase absolue $\phi_{\check{m}}$ de manière réursive dans le temps, il est nécessaire d'ajouter un modèle *a priori* sur la dynamique de phase pour lever les ambiguïtés et éviter ainsi au mieux les sauts de cycle. Dans ce but, nous avons choisi de décrire l'évolution temporelle de la phase par un champ de Markov (MRF, *Markov Random Field*) comme souvent rencontré dans la littérature [172, 173, 128]. En particulier, pour asseoir la démarche, nous avons supposé une faible dynamique modélisable par un MRF Gaussien du premier ordre assurant une certaine continuité de la phase entre l'instant $\check{m} - 1$ et \check{m} . Une distribution causale est choisie pour assurer une estimation en ligne. Plus précisément, la phase initiale ϕ_1 est supposée être uniformément répartie sur un intervalle symétrique \mathcal{I} alors que la phase à l'instant $\check{m} > 1$ est supposée avoir une distribution Gaussienne de moyenne $\phi_{\check{m}-1}$ et de variance σ_ϕ^2 , i.e.,

$$\phi_1 \sim \mathcal{U}_{\mathcal{I}} \quad (8.19a)$$

$$\phi_{\check{m}} | \phi_{\check{m}-1} \sim \mathcal{N}(\phi_{\check{m}-1}, \sigma_\phi^2). \quad (8.19b)$$

Les valeurs des bornes de l'intervalle \mathcal{I} sont discutées plus loin dans la section 8.3.2.2.

8.3.1.3 Hyperparamètres

Dans nos travaux, les (hyper)-paramètres σ^2 , σ_α^2 , ρ and σ_ϕ^2 sont supposés être des constantes déterministes connues et seront omis des termes conditionnels.

8.3.2 Filtrage variationnel Bayésien restreint

8.3.2.1 Formulation du problème de filtrage Bayésien

Les équations (8.14) et (8.19) forment un problème classique de filtrage Bayésien et représentent respectivement l'équation de mesure et l'équation dynamique. Le filtrage optimal associé consiste à estimer en deux étapes itératives la densité de filtrage $f(\phi_{\check{m}} | \mathbf{Y}_{\check{m}})$ où $\mathbf{Y}_{\check{m}} = [\mathbf{y}_1 \ \dots \ \mathbf{y}_{\check{m}}]$ comme suit [47]

— Prédiction

$$f(\phi_1|\mathbf{Y}_0) \triangleq f(\phi_1) \quad (\check{m} = 1) \quad (8.20)$$

$$f(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1}) = \int f(\phi_{\check{m}}|\phi_{\check{m}-1})f(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1})d\phi_{\check{m}-1} \quad (\check{m} > 1) \quad (8.21)$$

où l'indice $_0$ désigne l'absence de mesure

— Mise à jour

$$f(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}}) \propto f(\mathbf{y}_{\check{m}}|\phi_{\check{m}})f(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1}) \quad (\check{m} \geq 1)$$

Étant donné la représentation d'état (8.14)-(8.19), le filtrage optimal semble être insoluble analytiquement. Nous avons donc eu recours à une méthode sous-optimale [229]. En particulier, nous nous sommes orientés vers l'utilisation d'une approximation locale dénommée RVB (*Restricted Variational Bayes*) proposée dans [248]. Cette approche nous a permis, entre autres, de conserver la nature non linéaire de l'équation de mesure et d'obtenir une forme explicite de la densité de filtrage approchée. Elle présente une alternative intéressante aux techniques complexes comme le filtrage particulaire [229].

8.3.2.2 Principe du filtrage avec approximation RVB

La méthode d'estimation RVB décrite dans [248] résulte de deux approximations introduites dans le problème de filtrage optimal. Tout d'abord, une approximation variationnelle Bayésienne locale est introduite afin de remplacer la marginalisation exacte (8.21) de l'étape de prédiction par la loi marginale VB (8.22). Pour ce faire, les échantillons $\phi_{\check{m}}$ et $\phi_{\check{m}-1}$ sont supposés indépendants conditionnellement aux mesures $\mathbf{Y}_{\check{m}}$. En appliquant alors l'approximation VB rappelée en section 7.4.2.3, le problème de filtrage revient à calculer la distribution approchée notée $\tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}})$ comme suit [248]

— Prédiction

$$\tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1}) \propto \exp \left\{ \langle \log (f(\phi_{\check{m}}|\phi_{\check{m}-1})) \rangle \tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}}) \right\} \quad (8.22)$$

où

$$\tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}}) \propto \exp \left\{ \langle \log (f(\phi_{\check{m}}|\phi_{\check{m}-1})) \rangle \tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}}) \right\} \tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1})$$

— Mise à jour

$$\tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}}) \propto f(\mathbf{y}_{\check{m}}|\phi_{\check{m}}) \tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1}) \quad (8.23)$$

où on rappelle que la notation $\langle g(\theta) \rangle_{f(\theta)} = \int g(\theta)f(\theta)d\theta$ désigne l'espérance de $g(\theta)$ par rapport à la distribution $f(\theta)$. Malheureusement, la distribution $\tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}})$ dépend à ce stade elle-même de la distribution *a posteriori* approchée $\tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}})$. Afin de rendre l'estimation réalisable, nous appliquons ainsi une deuxième approximation [248]. Celle-ci consiste à remplacer $\tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}})$ par une distribution fixe $\tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1})$. Les étapes de prédiction et de mise à jour deviennent alors respectivement

$$\begin{aligned} \tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1}) &\propto \exp \left\{ \langle \log (f(\phi_{\check{m}}|\phi_{\check{m}-1})) \rangle \tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1}) \right\} \\ \tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}}) &\propto f(\mathbf{y}_{\check{m}}|\phi_{\check{m}}) \tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1}). \end{aligned}$$

En utilisant (8.14) et (8.19), le filtrage RVB se formule donc pour notre modèle par

— Prédiction et mise à jour pour $\check{m} = 1$

$$\tilde{f}(\phi_1|\mathbf{Y}_0) \triangleq f(\phi_1) \quad (8.24a)$$

$$\tilde{f}(\phi_1|\mathbf{Y}_1) \propto f(\phi_1) \exp \left\{ \beta_1 \cos \left(\tilde{\gamma}[\hat{\psi}_1^{\text{mml}} - \phi_1] \right) \right\} \quad (8.24b)$$

— Prédiction et mise à jour pour $\check{m} > 1$

$$\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1} \underset{\tilde{f}}{\sim} \mathcal{N} \left(\langle \phi_{\check{m}-1} \rangle_{\tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1})}, \sigma_\phi^2 \right) \quad (8.25a)$$

$$\tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}}) \propto \exp \left\{ \beta_{\check{m}} \cos \left(\tilde{\gamma}[\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}} - \phi_{\check{m}}] \right) - \frac{[\phi_{\check{m}} - \langle \phi_{\check{m}-1} \rangle_{\tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1})}]^2}{2\sigma_\phi^2} \right\}. \quad (8.25b)$$

Grâce à l'approximation RVB, la forme fonctionnelle des distributions de prédiction et de filtrage restent donc préservées au cours des itérations [248].

Compte tenu de l'expression (8.24b), on choisit $\mathcal{I} = [-\pi/\tilde{\gamma}, \pi/\tilde{\gamma}]$ de telle sorte que la distribution de filtrage RVB pour $\check{m} = 1$ résulte en une distribution de Tikhonov (ou von Mises [186]) facilitant par là même le calcul de $\hat{\phi}_1^{\text{rvb}}$. Également, un autre point à souligner est que pour $\check{m} > 1$ la forme fonctionnelle de la distribution de filtrage RVB a été rencontrée dans plusieurs autres problèmes statistiques de développement de phase, p.ex., [196, 172, 74]. Elle consiste en effet en un produit d'une pdf de von Mises de direction moyenne $\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}}$ et de paramètre de concentration $\beta_{\check{m}}$ (au facteur d'échelle près $\tilde{\gamma}$) avec une distribution Gaussienne de moyenne $\langle \phi_{\check{m}-1} \rangle_{\tilde{f}(\phi_{\check{m}-1}|\mathbf{Y}_{\check{m}-1})}$ et de variance σ_ϕ^2 . De par la composante périodique, plusieurs modes peuvent apparaître lorsque $\beta_{\check{m}}\tilde{\gamma}^2\sigma_\phi^2 > 1$. Nous avons démontré ce dernier résultat dans [2]* et calculé sous forme explicite le nombre et le lieu (au sein d'un intervalle) des modes de cette distribution. Traditionnellement, pour faire face à cette possible multimodalité, des techniques basées sur une distribution de filtrage approchée par une somme de Gaussiennes sont mises en œuvre [46]. Par exemple dans [196, 172], la pdf de von Mises est approchée par un train de Gaussiennes. Si ce schéma est suffisamment précis pour de forts paramètres de concentration $\beta_{\check{m}}$, il l'est beaucoup moins pour de plus faibles valeurs [186, p.38]. En pratique, ce dernier cas arrive plus probablement lorsque le coefficient de corrélation $|\varrho|$ (8.18) est petit (cf. figure 8.9) ou de manière équivalente dès que $|\rho|$ ou le SNR est bas (cf. figure 8.8). Dans la suite, nous proposons ainsi plutôt un schéma d'estimation utilisant telle quelle la distribution de filtrage RVB (8.25b).

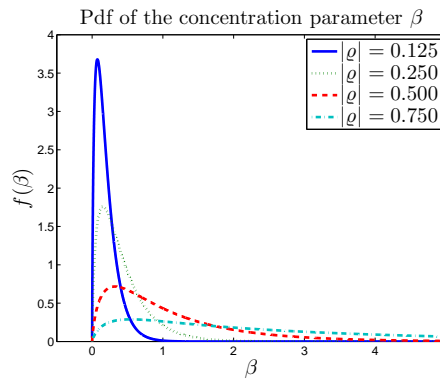


FIGURE 8.9 – Pdf (8.17c) du paramètre de concentration β pour différentes valeurs de $|\varrho|$.

8.3.2.3 Estimateur RVB

La propagation récursive de la densité *a posteriori* suivant (8.24)-(8.25) requiert uniquement l'évaluation de la moyenne de $\phi_{\check{m}}$ par rapport à la distribution de filtrage RVB $\tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}})$. En

d'autres termes, il est suffisant et nécessaire de calculer l'estimateur MMSE de $\phi_{\check{m}}$ par rapport à la distribution approchée pour mettre en place cette récursion. Nous dénommons ce dernier estimateur RVB, soit

$$\hat{\phi}_{\check{m}}^{\text{rvb}} \triangleq \langle \phi_{\check{m}} \rangle_{\tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}})} = \int \phi_{\check{m}} \tilde{f}(\phi_{\check{m}}|\mathbf{Y}_{\check{m}}) d\phi_{\check{m}}. \quad (8.26)$$

Une fois cet estimateur calculé, la densité de filtrage RVB est entièrement connue si bien que d'autres estimateurs peuvent être alors obtenus, p.ex., l'estimateur MAP. Dans cette étude, nous nous sommes toutefois pour l'instant focalisés uniquement sur l'estimateur (8.26). En particulier, nous ne le détaillerons pas ici mais nous avons démontré dans [2]* que l'estimateur RVB peut-être exprimé par une somme discrète infinie comme suit

— pour $\check{m} = 1$

$$\hat{\phi}_1^{\text{rvb}} = \frac{2}{\tilde{\gamma}} \sum_{q=1}^{+\infty} (-1)^{q+1} \frac{I_q\{\beta_1\}}{I_0\{\beta_1\}} \frac{\sin(q\tilde{\gamma}\hat{\psi}_1^{\text{mml}})}{q} \quad (8.27)$$

— pour $\check{m} > 1$

$$\hat{\phi}_{\check{m}}^{\text{rvb}} = \hat{\phi}_{\check{m}-1}^{\text{rvb}} + 2\tilde{\gamma}\sigma_\phi^2 \frac{\sum_{q=1}^{\infty} q I_q\{\beta_{\check{m}}\} \sin\left(q\tilde{\gamma}[\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}} - \hat{\phi}_{\check{m}-1}^{\text{rvb}}]\right) e^{-\frac{\sigma_\phi^2 \tilde{\gamma}^2 q^2}{2}}}{I_0\{\beta_{\check{m}}\} + 2 \sum_{q=1}^{\infty} I_q\{\beta_{\check{m}}\} \cos\left(q\tilde{\gamma}[\hat{\psi}_{\check{m}}^{\text{mml}} - \hat{\phi}_{\check{m}-1}^{\text{rvb}}]\right) e^{-\frac{\sigma_\phi^2 \tilde{\gamma}^2 q^2}{2}}}. \quad (8.28)$$

En pratique, étant donné que $I_q\{x\}$ décroît rapidement par rapport à $I_0\{x\}$ lorsque q augmente quel que soit x , nous avons proposé d'implémenter une version tronquée de (8.27) and (8.28) où l'indice q varie dans l'ensemble $\{1, \dots, q_{\max}\}$. Dans les simulations numériques présentées dans la suite, nous avons choisi de manière empirique $q_{\max} = 50$, cette valeur présentant un bon compromis performances/temps de calcul sur un large nombre de scénarios.

On remarque alors d'après (8.27) et (8.28) que l'approximation RVB résulte pour notre modèle en un algorithme d'estimation non linéaire de la phase absolue $\phi_{\check{m}}$ via l'utilisation non seulement de l'angle replié $\angle z_{\check{m}}$ mais également de l'amplitude $|z_{\check{m}}|$ où $z_{\check{m}} \triangleq \rho y_0^*(\check{m}) y_1(\check{m})$ a été défini dans (8.15). En d'autres termes, l'estimateur RVB utilise à la fois la différence de phase et le produit des amplitudes du signal reçu sur les deux canaux fréquentiels.

8.3.3 Résultats

8.3.3.1 Performances de la méthode RVB

Les performances de l'estimateur RVB sont d'abord évaluées et comparées à une méthode plus conventionnelle de filtrage non linéaire, en particulier à un filtre à somme de Gaussiennes (GS, *Gaussian sum*). On s'intéresse plus précisément à la méthode présentée dans [196] conçue spécifiquement pour le développement de phase. Deux scénarios sont considérés pour décrire la dynamique de phase : l'échelon et la rampe. En effet, étant donné l'ordre 1 supposé du modèle MRF (8.19), les dynamiques d'ordre supérieur telle une accélération ne peuvent pas être prises en compte à ce stade par les estimateurs. Sont représentées, dans les figures 8.10 et 8.11, les taux de sauts de cycle ainsi que l'évolution de la RMSE (*Root Mean Square Error*) des estimateurs RVB et GS pour différentes valeurs de la puissance de bruit σ_ϕ^2 du modèle dynamique. Le réglage de ce paramètre est en pratique très important et équivaut au réglage de la bande de boucle dans le cadre d'une PLL [253]. La RMSE est calculée modulo la plage d'ambiguïté des estimateurs (égale à $2\pi/\tilde{\gamma}$). Cette métrique permet ainsi d'avoir une idée approximative de la précision des estimateurs lorsque les poursuites sont verrouillées (en dehors des phénomènes de sauts de cycle). Les résultats montrent que l'estimateur RVB donne de plus faibles taux de sauts de cycle

que le filtre à somme de Gaussiennes ainsi qu'une meilleure précision d'estimation. De surcroît, l'estimateur RVB est bien moins sensible à la valeur de σ_ϕ^2 que l'estimateur GS ce qui est très avantageux en pratique pour régler ce paramètre. Dans le cas d'une dynamique de phase de type rampe (cf. figure 8.11), on peut observer que si σ_ϕ^2 est trop petit ou trop grand, les taux de sauts de cycle augmentent significativement pour les deux estimateurs. La plage dans laquelle le taux de sauts de cycle reste raisonnable est approximativement donnée par $[\dot{\phi}_0, \pi/\tilde{\gamma}]$ (rad) où $\dot{\phi}_0$ représente ici la variation de phase par échantillon. En dehors de cet intervalle, la distribution de prédiction (8.25a) est soit trop élargie par rapport à la plage d'ambiguïté ($\sigma_\phi \gg \pi/\tilde{\gamma}$) soit pas assez élargie ($\sigma_\phi \ll \dot{\phi}_0$) pour suivre la dynamique. Dans tous les cas, l'intervalle en question est favorablement plus large pour la méthode de filtrage proposée. L'estimateur RVB est donc plus performant que le filtre à somme de Gaussiennes en termes de taux de sauts de cycle et de RMSE, en particulier pour les scénarios présentés ici pour lesquels le coefficient de corrélation effectif $|\rho|$ est petit. De plus amples simulations numériques ont montré que l'avantage du filtre RVB devient moins marqué lorsque $|\rho|$ s'approche de la valeur 1 [2]*. En effet, la méthode à somme de Gaussiennes [196] approche la pdf de von Mises apparaissant dans la densité de filtrage par un train de Gaussiennes. Cette approximation devient très précise lorsque le paramètre de concentration $\beta_{\tilde{m}}$ augmente, ce qui arrive avec une grande probabilité lorsque $|\rho| \rightarrow 1$ (cf. figure 8.9). Dans tous les cas, la méthode RVB reste avantageuse : contrairement au filtre à somme de Gaussiennes, elle s'affranchit de toute procédure dite d'agglutination/élimination des modes de la densité de filtrage indispensable dans [196] pour conserver une dimension raisonnable de filtre.

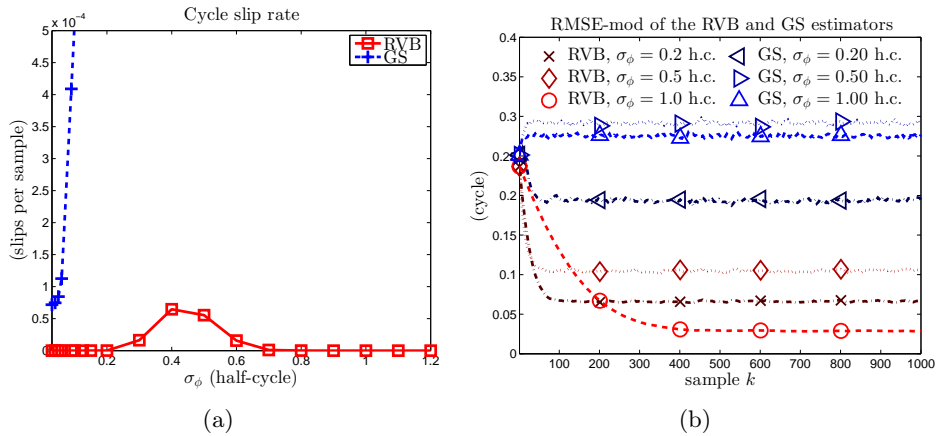


FIGURE 8.10 – Performances des estimateurs RVB [2]* et GS [196] pour une dynamique de phase de type échelon. Échelon de 0.25 cycle, (1 cycle $\triangleq 2\pi/\tilde{\gamma}$ rad) $|\rho| \approx 0.25$ (p.ex., SNR=30 dB, $\rho = 0.25$), $\gamma = 1.25$. (a) Taux de sauts de cycle. (b) RMSE-mod en fonction du temps.

8.3.3.2 Comparaison du filtre RVB avec les PLL multifréquence

Les performances du filtre RVB sont finalement comparées à celles des PLL multifréquence proposées en première approche dans la section 8.2.3. Les méthodes centralisée et décentralisée n'ayant pas montré de résultats significativement différents, nous présentons ici uniquement ceux de l'approche centralisée restreint au cas $K = 2$. Les deux canaux fréquentiels considérés correspondent aux fréquences classiques L1 et L2. La probabilité de décrochage, le taux de sauts de cycle et la RMSE (modulo la plage d'ambiguïté de l'estimateur considéré) sont représentés pour un échelon et une rampe (assimilable à une dynamique de type piéton) respectivement dans les figures 8.12 et 8.13. Dans les deux cas, le filtre RVB permet d'atteindre des niveaux très bas de taux de sauts de cycle et de probabilités de décrochage par rapport à la PLL bifréquentielle

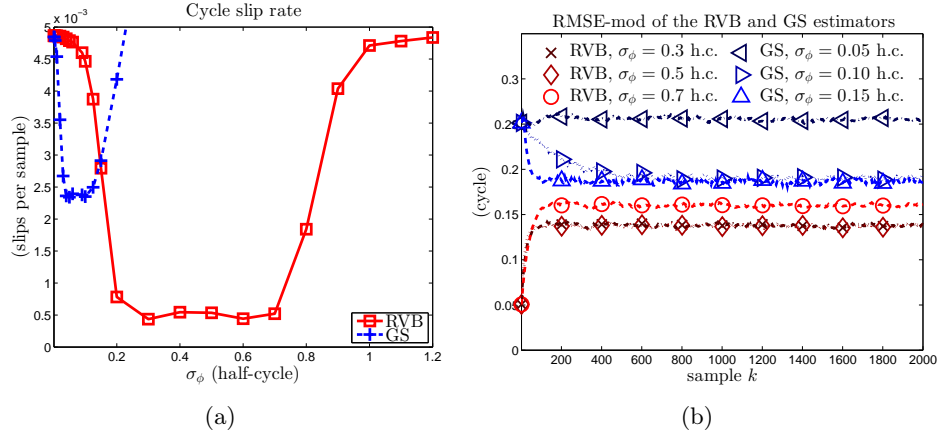


FIGURE 8.11 – Performances des estimateurs RVB [2]* et GS [196] pour une dynamique de phase de type rampe. Rampe de 0.005 cycle/sample (p.ex., 1 Hz avec $T_{ci} = 20$ ms), $|\varrho| \approx 0.25$ (p.ex., SNR=30 dB, $\rho = 0.25$), $\gamma = 1.25$. (a) Taux de sauts de cycle. (b) RMSE-mod en fonction du temps.

et ceci pour des C/N_0 allant jusqu'à 18 dBHz pour la dynamique de type rampe (ce qui représente un gain d'environ 10 dBHz par rapport à une PLL monofréquence classique). Toutefois, les RMSE de la méthode RVB restent supérieures à celles de la PLL bifréquence. Ceci s'explique très probablement par le fait qu'aucune corrélation temporelle des amplitudes n'est supposée dans le modèle du signal sur lequel repose le filtre RVB. Enfin, deux points sont à souligner. Tout d'abord, on peut observer le comportement non linéaire de la méthode sur les courbes de RMSE dans le cas d'un échelon (cf. figure 8.12(b)) : à σ_ϕ^2 fixé, la RMSE n'augmente pas nécessairement avec le niveau de bruit. Également, le filtre RVB a un comportement très "tranché" par rapport à une technique de type PLL dans le cas d'une rampe (cf. figure 8.13(b)) : les performances du filtre RVB se dégradent soudainement sur une plage de C/N_0 très courte d'environ 1 dBHz.

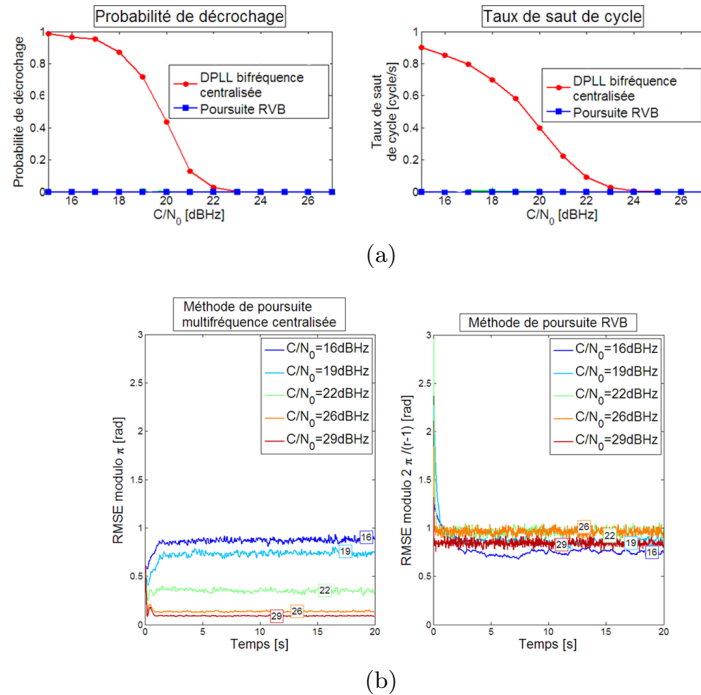


FIGURE 8.12 – Performances de la PLL bifréquence centralisée et du filtre RVB en fonction du C/N_0 . Dynamique de phase échelon de $\pi/4$ rad, $\rho = 1$, $\gamma = 1.28$, $T_{ci} = 20$ ms, $\sigma_\phi \approx 0.1\pi/\tilde{\gamma}$.

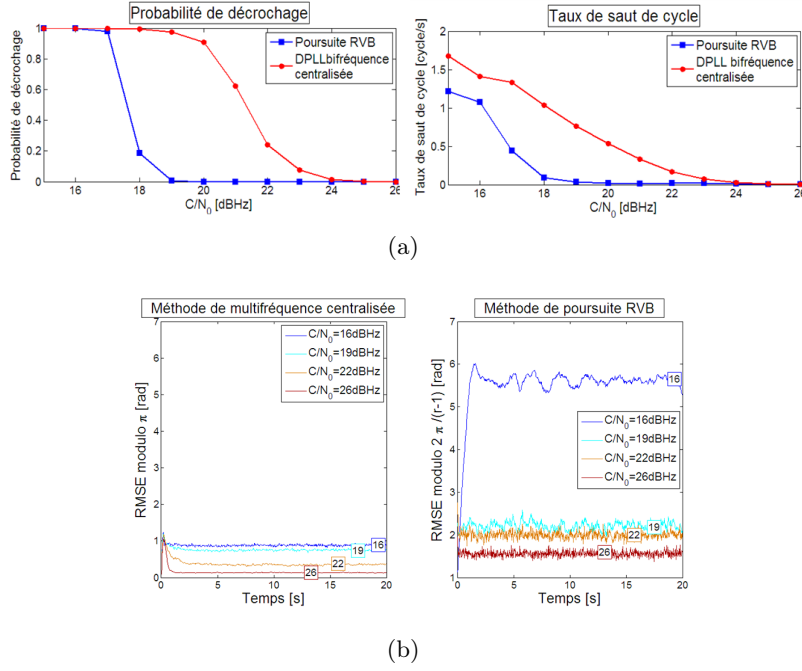


FIGURE 8.13 – Performances de la PLL bifréquence centralisée et du filtre RVB en fonction du C/N_0 . Dynamique de phase rampe de 3 Hz. $\rho = 1$, $\gamma = 1.28$, $T_{ci} = 20$ ms, $\sigma_\phi \approx 0.2\pi/\tilde{\gamma}$.

8.3.4 Bilan

Étant donné les limitations des boucles PLL proposées dans la section 8.2, nous avons développé dans un second temps une méthode de poursuite de phase utilisant la diversité fréquentielle et reprenant plus en amont le problème d'estimation. En particulier, nous nous sommes attachés à poursuivre la phase résiduelle du point de corrélation en sortie d'une boucle de poursuite sur le délai et la fréquence. La diversité a été exploitée en supposant uniquement deux canaux fréquentiels. En négligeant les variations possibles du TEC de l'ionosphère rencontré par le signal sur son chemin, les variations de phase sur les deux porteuses sont causées alors essentiellement par le mouvement relatif satellite/récepteur et deviennent proportionnelles entre elles. Dans ce contexte, la poursuite de la phase porteuse est formulée comme un problème de filtrage Bayésien que nous avons résolu grâce à une approximation variationnelle Bayésienne. La méthode résulte en un filtre non linéaire et s'avère être avantageuse par rapport à la première approche (PLL multifréquence) mise en œuvre dans cet axe de recherche en termes de sauts de cycle et de probabilité de décrochage. Dans le cas d'une forte décorrélation entre canaux fréquentiels et/ou pour de bas rapport signal-à-bruit, la méthode RVB est également plus intéressante que des filtres non linéaires à somme de Gaussiennes. Dans tous les cas, la méthode RVB s'affranchit avantageusement de toute procédure visant à adapter le nombre de modes poursuivis. Par ailleurs, l'étude de fonction menée dans [2]* sur la densité de filtrage approchée RVB permet de connaître exactement le nombre de modes et leur localisation (au sein d'un intervalle). Enfin, comme nous le verrons dans le chapitre 9 portant sur les perspectives de recherche, cette nouvelle formulation du problème d'estimation de la phase pourra être modulée afin de prendre en compte des phénomènes ignorés pour l'instant. On espère ainsi, par exemple, diminuer la RMSE pour améliorer la précision d'estimation qui sera nécessaire pour assurer subséquemment un positionnement précis du récepteur GNSS.

8.4 Comparaison de modèles de signaux entre axes de recherche

Avant de présenter les perspectives de travaux de recherche, nous établissons dans le tableau 8.1 une comparaison entre deux modèles de signal introduits précédemment qui ont permis de lever les ambiguïtés liées à une mesure de phase dans le cadre des axes de recherche sur le radar large bande et sur la poursuite de phase en GNSS. En effet, un formalisme présentant de fortes similitudes peut être dégagé du modèle (7.4)-(7.8) d'une part et du modèle (8.9)-(8.12)-(8.19) d'autre part. Par là, nous souhaitons illustrer les différences d'approche mais également la façon dont l'axe plus jeune portant sur la poursuite de phase s'est nourri de l'axe plus stable portant sur le radar large bande.

TABLE 8.1 – Comparaison de deux modèles de signal utilisés dans les axes de recherche sur le radar large bande et sur la poursuite de phase d'un signal GNSS

	Radar large bande	Poursuite de phase GNSS
Modèle d'observation	$Y_{k,\tilde{m}} = \sum_{\ell=1}^L \alpha_k^\ell(\tilde{m}) \exp \{j\gamma_k \phi^\ell(\tilde{m})\} + N_{k,\tilde{m}}$ $m \triangleq \tilde{m}$	$\check{m} \triangleq \tilde{m}$
Dimension	$\begin{cases} K \geq 1 & \text{nombre de sous bandes} \\ m = 0, \dots, M-1 & \text{indice d'impulsions} \end{cases}$	$\begin{cases} K = 2 & \text{nombre de fréquences} \\ \check{m} \geq 1 & \text{indice de points de corrélation} \end{cases}$
Signaux d'intérêt	$L \geq 1$ nombre d'éléments réfléchissants	$L = 1$ nombre de trajets
Ratio fréquentiel	$\gamma_k = \frac{f_c + B/Kk}{f_c} \triangleq \frac{f_{c,k}}{f_{c,0}}$	$\gamma_1 = \frac{f_{c,1}}{f_{c,0}}$
Amplitude	$\alpha_0^\ell(m) = \alpha_\ell$ $\alpha_k^\ell(m) = \alpha_0^\ell(m) e^{-j2\pi f_{b,\ell} m}$	$\alpha_0(\check{m}) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_\alpha^2)$ $\alpha_1(\check{m}) = \rho^* \alpha_0(\check{m}) + \mathcal{CN}(0, (1 - \rho ^2) \sigma_\alpha^2)$
Phase	$\phi^\ell(1) = 0$ $\phi^\ell(m) = \phi^\ell(m-1) + 2\pi f_{d,\ell} m$	$\phi(1) \sim \mathcal{U}_{\mathcal{I}}$ $\phi(\check{m}) = \phi(\check{m}-1) + \mathcal{N}(0, \sigma_\phi^2)$
Bruit	$N_{k,m}$ blanc/coloré Gaussien	$N_{k,\check{m}}$ blanc Gaussien
Problème d'estimation	bloc	séquentielle
Paramètres d'intérêt	$\alpha_\ell, f_{b,\ell}, f_{d,\ell}$	$\phi(\check{m})$
Problème de levée d'ambiguïté	$\forall \ell$ trouver p_ℓ tel que $f_{d,\ell} \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] + p_\ell$	$\forall \check{m}$ trouver $p_{\check{m}}$ tel que $\phi(\check{m}) \in \frac{2\pi}{\gamma} \times ([-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] + p_{\check{m}})$

Chapitre 9

Perspectives

Dans le futur, je souhaite continuer à contribuer à la définition de schémas d'estimation, de détection et de poursuite dans les récepteurs modernes pour des domaines d'application tels que le radar ou le GNSS. Pour repousser plus loin les performances des traitements en environnements difficiles, la diversité des signaux (dont angulaire et spectrale) et les techniques non linéaires continueront à être des outils de choix. Enfin, le paradigme Bayésien a été et sera sans aucun doute un fidèle allié. Les perspectives que j'entrevois plus précisément peuvent se classer en deux grands groupes ; celles méthodologiques et celles applicatives, quoique certaines étant à l'interface des deux. La validation *itérative* sur signaux synthétiques et sur signaux réels, mis en place sur l'étude du radar large bande, sera étendue autant que possible aux futures contributions.

9.1 Perspectives méthodologiques

9.1.1 Schémas de détection basés sur les représentations parcimonieuses Bayésiennes

9.1.1.1 Problème ouvert

Les algorithmes de représentation parcimonieuse, dans le cadre ou non de l'échantillonnage compressé, connaissent un essor certain depuis plusieurs années ; en atteste la littérature prolifique à ce sujet dont la myriade de méthodes conçues chacune offrant des compromis spécifiques en termes de coût calculatoire, de qualité et garantie de reconstruction, etc. [268, 274, 273, 61, 71, 55]. Une discussion remarquable est faite dans [208] à ce sujet. Toutefois, le développement et l'utilisation de ces techniques se limitent très souvent au simple problème d'estimation parcimonieuse du signal d'intérêt. De fait, les performances sont évaluées via des métriques telles que l'erreur quadratique moyenne ou l'erreur absolue moyenne de la scène estimée. En revanche, elles sont rarement évaluées en fonction de métriques propres au domaine d'application et peuvent s'avérer ainsi encore peu convaincantes pour l'utilisateur final [130].

Ceci est spécialement vrai dans le domaine du radar ; en particulier pour les radars de détection dont les performances sont spécifiées usuellement suivant des critères statistiques comme, par exemple, les probabilités de fausses alarmes P_{fa} et de détection P_d du système [111, 48, 130]. Plus précisément, la majorité des systèmes radar de détection reposent sur une chaîne de traitements globalement similaire. Après avoir collecté un certain nombre d'échantillons, les données reçues sont traitées pour donner une carte estimée de l'énergie reçue en fonction de grandeurs physiques telles la distance et/ou la fréquence Doppler. Cette carte correspond par exemple à la sortie d'un traitement Doppler (comme dans la figure 9.1(a)) ou STAP. Un seuil de détection est alors utilisé pour déterminer si une cible est présente ou absente dans chaque case d'analyse. Si différentes stratégies existent pour calculer ce seuil, elles cherchent toutes en pratique

à assurer à l'opérateur un taux de fausse alarme constant. En effet, en radar, la maîtrise de la fausse alarme prime devant celle de la probabilité de détection. Une détection qu'elle soit fausse ou exacte entraîne une suite d'actions à mener par le système et/ou l'opérateur. Un nombre important de fausses alarmes peut donc entraîner une surcharge inutile de ces derniers, et, dans le pire cas conduire à faire feu à tort. Pour calculer un seuil de détection assurant une fausse alarme prédéfinie, le critère de Neyman-Pearson peut être utilisé [160]. Dans ce cas, le détecteur permet de maximiser la probabilité de détection pour une fausse alarme fixée. D'autres méthodes peuvent être mises en œuvre lorsque la forme de la statistique du bruit présent dans les cases à tester est connue mais pas ses paramètres [161]. Ces détecteurs, dits CFAR (*Constant False Alarm Rate*), tentent de s'adapter à différents types d'environnement par le calcul d'un seuil adaptatif [238, 201, 231, 121].

Quel que soit la méthode de seuillage considérée, un tel processus de décision ne peut pas être directement reproduit dans le cadre d'une estimation parcimonieuse de la scène radar. En effet, la dite carte est dans ce cas un vecteur parcimonieux contenant idéalement soit des éléments nuls (ou possiblement de très faibles valeurs) soit la valeur de l'amplitude de la cible présente à cette case. Pour fixer les idées, nous avons représenté dans la figure 9.1 la sortie d'un traitement Doppler classique ainsi que celle d'une estimation parcimonieuse obtenue par une méthode basée sur un seuillage doux, ici l'ACAMP [48]. La scène radar comporte deux cibles noyées dans un bruit blanc Gaussien de puissance unitaire. Dans le cas d'un simple traitement Doppler, en connaissant la puissance du bruit σ^2 , des détecteurs peuvent être facilement mis en œuvre, par exemple un détecteur de Neyman-Pearson de type *square law* est défini par $|x_i|^2 \geq_{H_0}^{H_1} \eta$ où le seuil s'exprime simplement par $\eta = -\log(P_{fa})\sigma^2$ [161]. En revanche, dans le cas d'une estimation parcimonieuse comme celle illustrée dans la figure 9.1(b), il n'est pas évident de savoir à quel seuil les éléments du vecteur parcimonieux doivent être comparés, en particulier si l'on souhaite assurer un taux de fausse alarme constant.

9.1.1.2 Première solution de la littérature

À ce jour, la définition de détecteurs CFAR basés sur une représentation parcimonieuse des cibles n'a été abordée, à notre connaissance, que par les auteurs de [48]. En particulier, deux détecteurs y sont décrits. Pour comprendre le principe de ceux-ci, rappelons succinctement le principe de l'ACAMP. L'algorithme tente de résoudre le problème de minimisation suivant (λ représentant une constante de régularisation)

$$\arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1$$

en utilisant une méthode itérative par seuillage doux de faible complexité calculatoire. En particulier, l'algorithme produit à chaque itération un vecteur bruité non-seuillé (cf. figure 9.1(c)) et un vecteur parcimonieux obtenu après seuillage (cf. figure 9.1(b)), le seuil utilisé dépendant d'une valeur prédéfinie τ . Le vecteur bruité, obtenu comme la différence du vecteur à estimer et le vecteur bruité, est distribué en théorie suivant une loi Gaussienne. Sous ces hypothèses, le premier schéma de détection proposé par les auteurs de [48] utilise simplement le vecteur parcimonieux seuillé ; la probabilité de fausse alarme dépend alors directement du choix du paramètre défini par l'utilisateur τ . Le second détecteur optimise d'abord le paramètre de seuillage τ en minimisant la puissance du vecteur bruité ; cette étape peut se faire de manière relativement rapide en utilisant un principe dit de continuité [136]. Puis, le vecteur non seuillé est envoyé dans un bloc de détection classique CFAR pour fixer le seuil de détection, p.ex. [121]. Dans les deux cas, les détecteurs proposés sont intrinsèquement liés à la méthode d'estimation du vecteur parcimonieux, en particulier à l'obtention d'un vecteur bruité et à la connaissance de la statistique du bruit post-traitement.

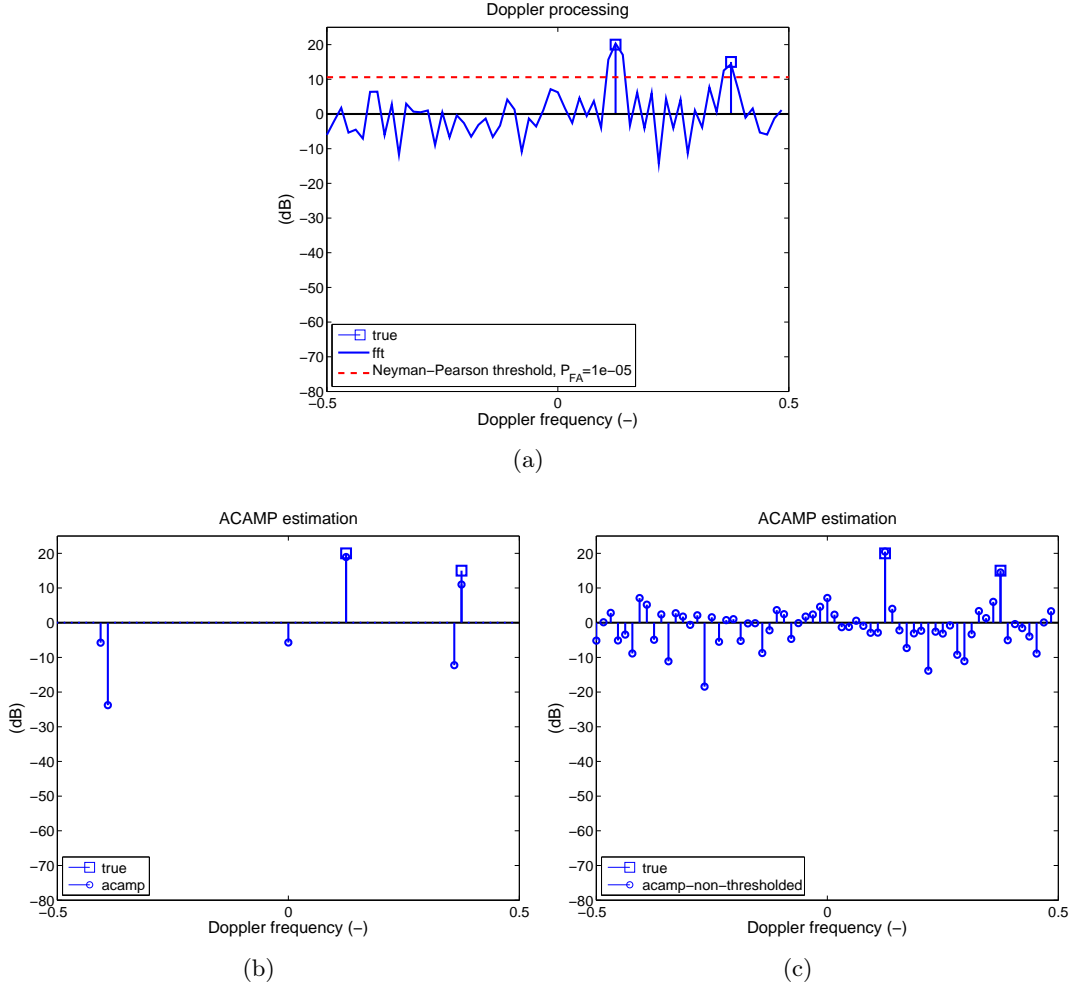


FIGURE 9.1 – Comparaison de schémas de détection. (a) Approche classique : traitement Doppler et seuil de détection classique. (b)-(c) Estimateur ACAMP utilisant un dictionnaire de Fourier [48] : (b) version seuillée et (c) version non-seuillée.

9.1.1.3 Contribution possible

Dans notre cas, nous nous sommes pour l'instant, tout comme de nombreux auteurs, limités à évaluer nos algorithmes de représentation parcimonieuse Bayésienne via des métriques conventionnelles telles la MSE ou la MAE [4]*, [3]*. Ces métriques ont été utilisées toutefois avec attention. Dans le cas de cibles alignées sur la grille, nous nous sommes intéressés à distinguer les performances d'estimation entre le sous-vecteur des amplitudes des cibles et le sous-vecteur théoriquement nul (cf. figure 7.18). Cette distinction permet d'apprécier, respectivement, la propension de chaque estimateur parcimonieux à bien détecter les cibles et à éviter ou non les fausses alarmes. Soulignons à cet égard que, jusqu'à présent, nous avons utilisé une terminologie abusive en introduisant les notions de fausse alarme et de détection pour qualifier nos estimateurs parcimonieux sans vraiment les définir. Dans le cas où les cibles chevauchent les cases d'analyse, nous avons également veillé à comparer le signal reconstruit $\mathbf{F}(\hat{\epsilon})\hat{\mathbf{x}}$ avec le signal exact exprimé dans la base dans laquelle il est compressible $\mathbf{F}(\epsilon)\mathbf{x}$ [92]. Cette comparaison a plus de sens que celle entre les vecteurs $\hat{\mathbf{x}}$ et \mathbf{x} : par exemple, dans le cas d'une analyse harmonique parcimonieuse, les éléments non-nuls du vecteur reconstruit peuvent se trouver légèrement traduire sans pour autant dénaturer outre mesure le contenu spectral du signal [208]. Malgré l'attention portée aux métriques de performance utilisées, nous ne disposons néanmoins pas à ce jour de détecteurs. Un

objectif futur est ainsi de mettre en place une méthodologie permettant la définition de schémas de détection maîtrisant la fausse alarme et utilisant les algorithmes de représentation parcimonieuse Bayésienne présentés dans ce document. Notons que la méthodologie proposée dans [48] n'est pas directement applicable ici. Dans notre cas, la spécificité des estimateurs proposés, du moins pour les algorithmes (7.59), (7.66), (7.72), est qu'ils ont nécessité l'utilisation de méthodes MCMC. Ces algorithmes sont, certes, coûteux calculatoirement, mais, ont l'avantage de produire des échantillons distribués suivant les lois *a posteriori* des paramètres à estimer. Ces lois empiriques *a posteriori* seront probablement un atout pour la définition de schémas de détection.

9.1.2 Robustification des schémas de représentation parcimonieuse Bayésienne

9.1.2.1 Problème ouvert et premières solutions

Comme nous l'avons vu dans la section 7.4.4, les techniques d'estimation parcimonieuse de la littérature sont souvent confrontées au problème dit de *grid mismatch* [184]. En effet, dans de nombreux domaines d'application comme les communications, la sismologie, et bien évidemment le radar, les signaux d'intérêt dépendent de paramètres définis dans des domaines continus. Il est d'usage d'adopter une procédure de discrétisation pour réduire l'espace des paramètres en un ensemble fini de points définissant une grille d'analyse. Cette grille est alors utilisée pour reconstruire le signal de manière parcimonieuse. Dans le cas où les valeurs des paramètres réels ne coïncident pas avec les points de la grille, la représentation SSR du signal peut être compromise [92, 108, 139, 233]. Nous en avons déjà fait état précédemment, il existe deux grandes stratégies pour robustifier les algorithmes SSR par rapport à ce problème de désalignement : la première est basée sur un raffinement global ou local de la grille [255, 108, 115, 184], la seconde repose sur la modélisation et l'estimation du désalignement conjointement à celle du vecteur parcimonieux [144, 143, 305, 263, 132, 143, 296, 148, 264, 302, 273]. Dernièrement, également, est apparue une nouvelle approche qui consiste à définir des schémas SSR exempts de grille mais utilisant une norme atomique [76, 75, 66, 265, 295] ou nucléaire [88].¹ Les auteurs de [84] ont initialement proposé cette norme comme un bon candidat pour définir des schémas SSR. En particulier, ces derniers peuvent être formulés comme des algorithmes de programmation sémi-définie (SDP, *SemiDefinite Program*). Par exemple, dans [66], une méthode SSR basée sur la norme atomique est résolue par un SDP.

En parallèle du problème de désalignement des signaux par rapport à la grille d'analyse, l'idée de prendre en compte dans le *design* même de l'algorithme SSR une certaine limite de résolution d'analyse s'est immiscée dans la littérature. À ce titre, on peut remarquer que, dans le cadre des représentations parcimonieuses, les notions de résolution et précision d'analyse ne sont pas bien définies ou du moins distinctes. Dans des schémas classiques d'estimation (p.ex. les estimateurs FFT, Capon [81] et APES [177]), ces deux notions sont décorréées : la résolution d'analyse est définie de manière intrinsèque (elle est par exemple liée à la durée d'observation du signal) et est indépendante de la précision choisie (c'est-à-dire du nombre de points d'analyse). Dans le cadre des SSR, la distinction entre résolution et précision reste à ce jour floue puisqu'augmenter le nombre de points d'analyse n'a plus pour simple effet d'améliorer la précision de la représentation SSR. Toutefois, il semblerait qu'un bon schéma d'estimation SSR nécessite à la fois une précision suffisante d'analyse et la prise en compte de la finitude de la résolution. Par exemple, dans [108], où le problème d'estimation spectrale parcimonieuse est abordé, les auteurs suggèrent d'augmenter le pas de grille fréquentielle tout en interdisant la coexistence de deux fréquences trop proches. Ainsi, ce schéma permet d'estimer finement les fréquences présentes

1. Si \mathcal{A} représente une collection d'atomes (vérifiant certaines propriétés [265]), une norme induite par \mathcal{A} peut être définie comme suit $\|\mathbf{y}\|_{\mathcal{A}} = \inf \left\{ \sum_m c_m \mid \text{tel que } \mathbf{y} = \sum_m c_m \mathbf{a}_m, c_m > 0, \mathbf{a}_m \in \mathcal{A} \right\}$.

dans le signal tout en imposant une limite à la résolution de l'analyse. Une approche similaire est présentée dans [115] où les auteurs introduisent un principe de bande d'exclusion et/ou d'optimisation locale du support au sein de plusieurs algorithmes SSR connus dont l'OMP [273]. Dans les deux cas [115, 108], les algorithmes permettent de limiter la cohérence entre les atomes du dictionnaire utiles à la reconstruction du signal ce qui, en pratique, permet d'améliorer les performances d'estimation. Proche de cet esprit, on peut également citer les algorithmes parcimonieux par bande spectrale [110, 191, 174, 98]. Le principe ici est de partitionner le spectre en plusieurs bandes et de contraindre le signal à être décrit par quelques bandes d'analyse sans faire d'hypothèse supplémentaire sur le contenu spectral au sein d'une bande. En particulier, l'approche dans [98] construit un dictionnaire parcimonieux à partir de séquences sphéroïdales discrètes (DPSS, *Discrete Prolate Spheroidal Sequences*). La méthode est appliquée sur des signaux composés de somme de *cisoids* et peut s'avérer plus performantes qu'une méthode SSR utilisant un dictionnaire de Fourier. Tolérer une incertitude sur la localisation des fréquences permet ainsi d'améliorer la reconstruction du signal. Enfin, un point intéressant à souligner qui va dans le sens de ce dernier constat, est un des résultats portant sur des algorithmes SSR basés sur une norme atomique [76, 265]. Les auteurs montrent en effet qu'il suffit que les fréquences du signal soient suffisamment séparées pour garantir la reconstruction de celui-ci.

Au vu de ce bref tour d'horizon, il paraît donc que des efforts ont été portés récemment dans la littérature pour d'une part améliorer la précision de l'analyse (en proposant des alternatives aux problèmes que pose l'utilisation d'un dictionnaire issu d'une procédure de discrétisation) et d'autre part concevoir des schémas plus raisonnables prenant en compte la finitude de la résolution d'analyse. Néanmoins, la définition de méthodes SSR alliant ces deux aspects reste sporadique et la relation possible entre ces deux n'est pas clairement établie. Également, les schémas SSR intégrant des modèles d'inhibition proposés jusqu'à présent imposent *de facto* une limite à la résolution qui est alors un paramètre prédéfini par l'utilisateur. On peut alors se demander si la résolution doit être imposée ou autodéterminée par le schéma d'estimation.

9.1.2.2 Contribution possible

Les algorithmes SSR que nous avons initialement développés ne sont pas exempts du problème de désalignement [4]*, c'est pourquoi nous en avons ensuite développé des versions robustifiées dans [17]*, [16]*, [3]*. Cependant, il existe des limites qui suggèrent que le modèle d'erreur utilisé pourrait être amélioré. Ceci est illustré dans la figure 9.2 où une cible avec une erreur de grille égale à $\varepsilon_{\bar{m}} = 0.49$ est simulée dans un bruit blanc. On y voit que les chaînes d'échantillonnage identifient en fait en alternance deux cibles dans des cases adjacentes avec une erreur de grille d'environ $+0.5$ et -0.5 respectivement. Comme expliqué dans la section 7.4.4.3, ceci est très probablement dû à l'ambiguïté de représentation induite par le modèle d'erreur adopté. En particulier, une cible présente à la case \bar{m} avec une erreur $\varepsilon_{\bar{m}} = +.5$ peut être tout aussi bien représentée par une cible à la case $\bar{m} + 1$ avec une erreur $\varepsilon_{\bar{m}+1} = -.5$. Bien que le phénomène d'étalement observé lorsque $|\varepsilon_{\bar{m}}| \rightarrow +.5$ ne soit pas systématique et que, s'il a lieu, il paraît alors nettement moins marqué qu'en absence d'estimation du désalignement, il demeure non satisfaisant. Un "bon" algorithme SSR devrait être en effet invariant par translation des cases d'analyse (p.ex., pour le scénario de la figure 7.29(a), les performances devraient être indépendantes de l'erreur ε_0^d). Ce phénomène indésirable n'est pas propre à nos algorithmes. Il est par exemple également observé par les auteurs de [263]. Ces derniers proposent alors une méthode post-traitement qui fusionne de manière linéaire deux cibles dont l'espacement est inférieur au pas de grille. Toutefois, le besoin d'appliquer une technique post-traitement suggère que le modèle de désalignement (7.70) est perfectible. En effet, celui-ci est quelque peu naïf dans le sens où il prétend *a priori* pouvoir atteindre une résolution infinie dans la localisation des cibles. Dans le même esprit que les approches introduites dans [115, 108], le modèle de désalignement gagnerait très probablement à

incorporer une technique d'inhibition empêchant deux cibles d'être trop proches l'une de l'autre. Une piste possible serait, par exemple, de s'inspirer des travaux présentés dans [52, 100] qui conçoivent, en amont de l'application du traitement, des grilles d'analyse SSR à pas variable suivant des critères d'information. L'idée est alors de construire une grille plus affinée dans les régions où l'information est dense. Dans [52], le pas de grille local est proportionnel à la racine carrée de la borne de Cramér-Rao. Dans [100], l'approche diffère quelque peu dans le sens où le pas de grille est calculé localement pour assurer que chaque case d'analyse ait la même taille; la distance étant ici non euclidienne mais définie au sens de la géométrie de l'information [89]. En résumé, nous souhaiterions améliorer nos modèles d'estimation SSR afin qu'il soit encore plus robuste au problème de désalignement; en particulier qu'ils contiennent des techniques d'inhibition assurant une résolution d'analyse finie.

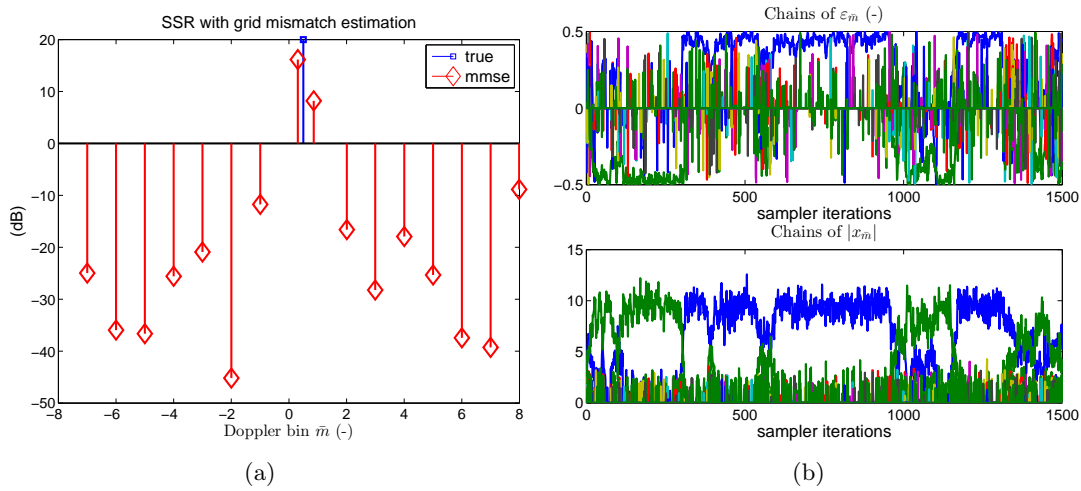


FIGURE 9.2 – Illustration de l'étalement de cibles lorsque l'erreur de grille tend vers 0.5 pour l'algorithme SSR (7.72). (a) Estimation MMSE ($\hat{x}_{\text{mmse}}, \hat{\varepsilon}_{\text{mmse}}$). (b) Chaînes d'échantillonnage des erreurs de grille et des amplitudes pour chaque case d'analyse.

9.2 Perspectives applicatives

9.2.1 Radar

Ci-après sont décrites les perspectives de recherche dans le domaine du radar. Elles sont présentées dans le cadre de l'étude sur le radar large bande (cf. chapitre 7) où de nombreux points restent en suspens. Toutefois, certains points peuvent contribuer de manière plus générale au traitement du signal radar.

Modélisation du signal Tout d'abord, le modèle du signal utilisé jusqu'à présent soulève diverses questions. Par exemple, certains phénomènes dus à la haute résolution du radar n'ont été pris en compte ni pour les cibles ni pour le fouillis.

Comme nous l'avons souligné brièvement dans la section 7.2.1.2, les cibles ont été décrites selon une approche classique [246, 227], c'est-à-dire comme des ponctuels. De par la haute résolution distance, une cible conventionnelle va occuper plusieurs cases distance. Si le modèle (7.9) est assez flexible pour permettre l'estimation d'une cible comme un ensemble fini de ponctuels regroupés dans le domaine distance-vitesse (cf. figures 7.16 et 7.19), il ne favorise pas spécialement l'existence de tels regroupements. Le modèle de cible pourrait ainsi être raffiné en promouvant une parcimonie par groupe. L'enjeu ici est que le nombre et la taille de ces groupes ne sont pas

connus à l'avance rendant peu adéquate l'utilisation des approches SSR par bloc proposées par exemple dans [299, 109, 56]. Alternativement, les techniques présentées dans [297, 83] constituent un point de départ plus attractif. Dans [297, 294], chaque élément du vecteur des amplitudes est modélisé via une loi mixte dont l'atome à zéro a un poids aléatoire conditionné par son voisinage. Dans [83], le regroupement est favorisé plutôt via un champ de Markov en particulier via un modèle de Ising [188]. Notre modèle (7.9) suggère également que les ponctuels représentant une cible ont des positions fixes par rapport à cette dernière pendant le temps de traitement cohérent. Si cette approche est raisonnable pour des radars de détection conventionnels à bande étroite, elle est plus discutable pour des radars à large bande instantanée. En effet, pour une telle forme d'onde hautement résolue, la rétrodiffusion a un comportement spécifique [226]. En particulier, les cibles d'origine humaine comportant des cavités (typiquement un véhicule terrestre) sont mieux représentées par un ensemble de diffuseurs dispersifs dont les propriétés de rétrodiffusion dépendent de la fréquence et de l'angle d'observation. La présence d'éléments dispersifs cause alors un étalement de la cible. Ce phénomène est bien établi dans les applications d'imagerie comme le SAR et l'ISAR pour lesquelles des techniques d'élimination de la composante dispersive permettent d'améliorer la qualité de l'image [272]. Dans le cadre de notre étude sur le radar large bande, un tel phénomène n'a pas été pris en compte. Pourtant, si présent, il peut compromettre l'hypothèse de parcimonie du signal sur laquelle se fondent nos algorithmes SSR. En particulier, le dictionnaire (7.42a) ne sera plus valide. Il sera donc intéressant dans la suite des travaux de s'interroger sur la possible présence d'un tel phénomène, de mesurer son impact sur les algorithmes et de proposer des contre-mesures si nécessaire.

Des améliorations peuvent être également apportées sur le modèle du fouillis. En effet, l'algorithme SSR (7.66) incorporant un modèle de bruit coloré fait l'hypothèse que ce dernier suit une loi Gaussienne iid de case distance à case distance. En pratique, pour des radars à haute résolution, il est bien connu que le fouillis peut avoir plutôt un comportement impulsionnel caractérisé par des pics de puissance [236]. Usuellement, d'autres distributions sont alors considérées, comme les SIRV (*Spherically Invariant Random Vectors*) [94, 236, 127] ou plus récemment les distributions CES (*Complex Elliptically Symmetric*) [203]. Il conviendra donc de porter un effort sur la modélisation du fouillis ; cet aspect est d'autant plus important qu'il sera lié à la capacité ou non du modèle à détecter des cibles migrantes situées aux vitesses aveugles. De façon plus globale, la prise en compte du fouillis dans le cadre des SSR est un point important. Est-il préférable de filtrer le fouillis en amont de la technique SSR ou mieux vaut-il que cette dernière l'estime conjointement aux cibles ? Dans ce dernier cas et suivant l'application visée est-il suffisant de considérer que la composante du fouillis est parcimonieuse ou faut-il intégrer une composante diffuse dans le modèle comme proposé dans la section 7.4.3 ?

Outils de prédiction de performance De manière générale, l'étude conduite sur le radar large bande manque encore d'outils de prédiction de performances. En effet, que ce soit pour les approches SSR développées ou de futurs algorithmes, nous ne disposons pas à ce jour d'outils permettant de prédire les performances d'estimation/détection en fonction des paramètres radar et utilisateur. Par exemple, nous avons développé une méthode SSR en bruit blanc (7.59) qui permet de lever les ambiguïtés vitesse des cibles sans toutefois établir quel nombre d'impulsions et quelle valeur de bande fractionnaire étaient nécessaires pour que cette levée soit effective. Dans le même esprit, l'algorithme SSR développé en bruit coloré (7.66) a montré la possibilité d'identifier des cibles dans les vitesses aveugles du fouillis. Néanmoins, nous n'avons pas défini quelle migration et quel rapport signal-à-fouillis permettraient une telle estimation/détection. Pour combler cet écueil, nous pourrions tout d'abord appliquer certains résultats de la littérature à notre cas spécifique d'étude. Deux outils sont en particulier d'intérêt.

Le premier outil concerne l'établissement de conditions *suffisantes* garantissant la reconstruction du vecteur parcimonieux. De nombreux résultats sont disponibles sur ce point dans la littérature,

en particulier sur la condition dite RIP (*Restricted Isometry Property*) [79, 77, 120]. Cette dernière garantit en effet l'unicité de la reconstruction sous réserve que le dictionnaire vérifie certaines conditions que nous ne détaillerons pas ici. Malheureusement, cette propriété est en pratique difficilement vérifiable pour le cas d'un dictionnaire déterministe comme (7.42a). Une alternative intéressante est de spécifier des conditions de reconstruction suivant la cohérence mutuelle du dictionnaire définie par [275, 222, 64]

$$\max_{i \neq j} |\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j| \quad (9.1)$$

où \mathbf{h}_i désigne une colonne du dictionnaire. En pratique, des conditions suffisantes de reconstruction sont obtenues pour de faibles valeurs de cohérence mutuelle. Soulignons ici que dans notre cas, les quantités $\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j$ représentent des points de la fonction d'ambiguïté radar (7.19) [260]. On voit donc le lien fort qu'il existe entre garantie de reconstruction et fonction d'ambiguïté radar : par exemple de forts lobes secondaires seront néfastes aux garanties de reconstruction. Les contraintes classiques de conception de formes d'onde du radariste sont ainsi retrouvées. Cette idée est remarquablement formulée par les auteurs de [208] : si l'approche SSR offre la possibilité de s'affranchir des lobes secondaires classiquement observés en sortie d'une simple sommation cohérente, les performances de reconstruction du signal restent intrinsèquement liées à la fonction d'ambiguïté. On gardera également à l'esprit que les garanties de reconstruction basées sur la cohérence mutuelle (9.1) dépendent de l'algorithme SSR considéré et ne seront directement applicables qu'à notre modèle d'observation (7.41) mais pas à notre approche d'estimation Bayésienne.

Le second outil consacré est le calcul de bornes inférieures pour la MSE du vecteur parcimonieux. Les bornes de Cramér-Rao [159] ont été étudiées dans [53, 63, 200, 219] et les bornes de Barankin [57] dans [156] dans le cas de reconstruction parcimonieuse. Nous pourrions nous inspirer de ces travaux pour les adapter à notre étude.

Retenons dans tous les cas, que ces outils de prédiction de performances seront à utiliser avec circonspection : d'une part les conditions de garantie de reconstruction sont en général des conditions suffisantes (certains algorithmes ont ainsi montré avoir de bonnes performances de reconstruction bien que ne les satisfaisant pas [51]) ; d'autre part les bornes de la MSE sont toujours liées à un modèle de signal qui dans le cas du radar large bande s'est montré être encore perfectible.

Diminution de la complexité calculatoire Dans la communauté radar, si le cadre Bayésien est largement accepté pour la conception d'algorithmes de poursuite [70], il l'est encore à ce jour beaucoup moins lorsqu'il s'agit de développer des techniques d'estimation/détection se trouvant traditionnellement en amont du bloc de poursuite. Autrement dit, il est admis que l'évolution dynamique d'un vecteur d'état soit bien décrite par une densité de probabilité *a priori*, alors que les esprits restent assez réfractaires à l'idée d'injecter statistiquement de la connaissance *a priori* sur ce même vecteur à un instant donné. Même si on peut noter un changement à ce sujet (p.ex., des travaux sont conduits dans ce cadre dans quelques laboratoires qui sont, de manière non-exhaustive, l'université de Naples par De Maio [101], à l'AFRL par Braham Himed [285, 284] et à l'Ohio State University par Lee Potter [209, 224]), cette impopularité est souvent conjuguée à la complexité de certaines méthodes Bayésiennes. Par exemple, les algorithmes SSR Bayésiens (7.59), (7.66) et (7.72) requièrent l'échantillonnage de distribution (puisque basés sur des méthodes MCMC) et ont un fort coût calculatoire conforté par la grande dimension du problème. Ainsi, afin de rendre plus attractives ces approches Bayésiennes auprès de la communauté radar, un effort sera à porter *a minima* sur la diminution de leur complexité. Des approches hardware basées sur l'utilisation de GPU (*Graphics Processing Unit*) [205] ont été proposées dans le cadre de méthodes MCMC pour diminuer leur coût calculatoire [147, 292, 289, 60]. La mise en œuvre n'est toutefois pas directe puisque le GPU est intéressant lorsque les algorithmes sont hautement

parallélisables alors que les algorithmes MCMC sont par nature sériels. Nous nous orienterons *a priori* plutôt vers des solutions purement algorithmiques. Un premier pas a été fait en ce sens en utilisant une approche variationnelle Bayésienne [69] dans (7.62) mais d'autres techniques sont envisageables. Un panorama de telles méthodes est disponible dans [210]. On peut citer également l'approche présentée dans [119] et [303] où les auteurs proposent une approximation variationnelle s'effectuant dans l'espace des mesures de probabilités. Ces algorithmes peuvent être plus efficaces en grande dimension que l'approche variationnelle classique.

Comparaison avec les approches concurrentes de TU-Delft Des techniques concurrentes basées sur des approches déterministes sont actuellement développées par l'université technique de Delft pour la détection de cibles avec des formes d'onde large bande [214, 215, 216, 217]. Sur un court-moyen terme, nous envisageons de comparer ces approches avec celles que nous avons développées sur des scénarios communs. Ceci permettra, entre autres, d'avoir une vision plus critique des méthodes développées dans cet axe de recherche.

Traitement multivoies Enfin, sur le plus long terme et si l'étude actuellement conduite sur une antenne monovoie nous y incite, nous étendrons le modèle et les traitements au cas d'une antenne multivoies. L'objectif sera ainsi de concilier deux aspects importants des systèmes radar modernes, à savoir les diversités spatiale et fréquentielle via l'utilisation conjointe d'une forme d'onde large bande et d'un réseau d'antennes. Une telle combinaison ouvrirait la voie à la définition d'un mode SAR/STAP. Dans cette perspective, il faudra redéfinir le modèle des données observées et en particulier prendre en compte l'effet de déphasage entre les éléments du réseau pour le cas d'une forme d'onde *large bande*. Notons également que les dimensions des problèmes d'estimation dans le cas monovoie étant déjà très grandes, une extension des algorithmes au cas multivoies nécessitera d'autant plus d'effort sur la diminution de la complexité de nos algorithmes SSR.

9.2.2 GNSS

Dans le cadre de l'axe de recherche portant sur la poursuite de phase robuste d'un signal GNSS (cf. chapitre 8), nous avons développé une méthode de filtrage non linéaire, dénommée RVB, diminuant de manière significative le taux de sauts de cycle et la probabilité de décrochage dans des environnements difficiles. L'algorithme exploite la diversité fréquentielle offerte par deux canaux. Des hypothèses simplificatrices ont été faites en premier lieu pour mettre en place la méthodologie d'estimation. De nombreux travaux peuvent être entrevus dans le futur afin de raffiner le modèle du signal, l'algorithme de poursuite et enfin les métriques de performance.

Implémentation de l'algorithme RVB L'algorithme récursif RVB (8.28) nécessite de tronquer des sommes infinies de fonctions de Bessel modifiées. Jusqu'à présent cette troncature a été faite de manière empirique afin de convenir au mieux au compromis précision/charge de calcul sur un grand nombre de scénarios. On pourra s'inspirer de la méthode de [106] et étudier plus précisément l'erreur qu'engendre une telle troncature pour en trouver un réglage optimal en fonction des paramètres du scénario.

Modèle du signal On donne ci-après plusieurs pistes pour améliorer le modèle du signal par rapport à un scénario GNSS expérimental. Tout d'abord, la dynamique de phase décrite dans (8.19) est un MRF d'ordre 1. En pratique, l'estimateur RVB ne peut alors prendre en compte les dynamiques supérieures à une accélération. Une première amélioration serait ainsi d'étendre le modèle et l'algorithme RVB à des dynamiques d'ordre supérieur en augmentant l'ordre du MRF. Également, le modèle de données ignore toute corrélation temporelle possible pour les

amplitudes sur chaque canal fréquentiel. Ceci représente des conditions sévères de poursuite qui pourrait être atténuées en introduisant un modèle de corrélation temporelle sur les amplitudes. Ces deux extensions, ordre supérieur du MRF et corrélation temporelle des amplitudes, sont susceptibles d'améliorer la RMSE de l'estimateur. Un autre point envisageable est de prendre en compte les effets causés par l'ionosphère dont de possibles variations du TEC pendant le temps de poursuite [126]. Dans ce cas, la variation de phase engendrée par ce phénomène ne suit plus une relation de proportionnalité entre porteuse mais devra être adaptée. Une fois exprimée, cette composante pourra être intégrée au vecteur d'état des phases à estimer. L'approche variationnelle Bayésienne pourra encore ici offrir un cadre adéquat car elle permet la factorisation de la densité de filtrage par rapport à une partition du vecteur d'état [248]. Également, seul un signal bifréquentiel a pour l'instant été considéré. Le principe de filtrage pourrait être étendu à un nombre quelconque de fréquences porteuses. Dans ce cas, on pourra se demander s'il est préférable de modéliser l'ensemble des corrélations entre canaux fréquentsiels à la manière de (8.12) (au risque d'augmenter les erreurs de modélisation) ou bien de fusionner les sorties de poursuite bifréquentielle. Enfin, nous avons considéré pour l'instant qu'un environnement difficile se traduisait par un faible CN0. À termes, la prise en compte des multitrajets est nécessaire pour prétendre à un fonctionnement du filtre en milieu urbain [157].

Métriques de performance Concernant l'évaluation des performances de l'algorithme de poursuite de phase, plusieurs améliorations/extensions sont possibles. Tout d'abord, des études de sensibilité pourraient être conduites pour évaluer la robustesse de l'estimateur à une erreur sur les valeurs des hyperparamètres que nous avons supposées connues jusqu'ici (p.ex., le niveau de corrélation entre canaux fréquentsiels et la puissance de ces derniers). En cas de trop forte sensibilité par rapport à un paramètre, ce dernier pourrait être intégré au vecteur d'état à estimer. Également, sur le plus long terme, il serait intéressant d'évaluer les performances des estimateurs mis en œuvre en fonction de la position du récepteur calculée par le navigateur en aval des algorithmes de poursuite. Enfin, tout comme pour l'axe de recherche conduit sur le radar large bande, nous manquons encore à ce jour d'outils de prédiction de performances. Il serait ainsi utile, par exemple, d'avoir accès à des bornes inférieures de l'erreur quadratique moyenne de l'estimateur de phase en prenant en compte l'aspect récursif, Bayésien et non linéaire du problème [269]. Dans tous les cas, une question générale d'intérêt outrepassant les domaines d'application abordés dans ce manuscrit est : Quelle "quantité" de diversité fréquentielle est-il nécessaire pour lever les ambiguïtés d'une mesure de phase ?

9.2.3 Évolution possible du radar

Depuis plusieurs années, une tendance qui commence à s'affirmer est de concevoir le radar non pas comme un système indépendant mais comme intégré à un système plus vaste intelligent utilisant possiblement différents capteurs [134, 135]. Un tel système pourrait, par exemple, assurer les fonctions classiques d'un radar, mais aussi celles des communications, de la guerre électronique, etc. [235]. Entre "capteurs indépendants" et "système multifonction intelligent" s'intercalent également des systèmes fonctionnant de plus en plus en synergie et de manière de plus en plus couplée. La conception de tels systèmes ouvrent ainsi la voie à de nombreux domaines de recherche en particulier pour le traitement du signal dont la conception de forme d'onde à l'émission et le traitement en réception (dont le traitement multicapteur, p.ex. [158], et les approches cognitives basées sur un cycle de perception/action [133]).

Un exemple illustratif en pleine émergence concerne les domaines du radar et des communications. En effet, de par l'encombrement spectral auquel s'ajoute une très forte pression économique, le partage du spectre entre ces deux applications est aujourd'hui devenu une nécessité [85]. Jusqu'à ces dernières années l'une était considérée comme une simple source d'interférence pour

l'autre si bien qu'un isolement temporel, spectral ou spatial était avant tout recherché. Désormais, les efforts sont portés vers une meilleure coexistence spectrale des deux systèmes, et ceci, à différents niveaux. On donne quelques exemples ci-après. Dans [286, 237, 283], les auteurs proposent d'utiliser un système de communications dans les bandes du radar en assurant un niveau tolérable d'interférence. Dans [145], à l'inverse, la forme d'onde du radar est optimisée tout en s'assurant que les canaux de communications aient une capacité suffisante. Dans [123], un formateur de faisceaux est calculé pour permettre la réjection des interférences de communications dans les lobes secondaires et primaire tout en préservant la possibilité de détecter une cible dans ce dernier. Dans [149], les auteurs proposent d'utiliser un même signal représentant à la fois la forme d'onde radar et le signal de communication. Enfin, dans [137, 114], le lobe principal d'un réseau d'antennes est utilisé pour assurer la fonction radar alors que les lobes secondaires sont modulés dans le temps pour transmettre un message de communications.

Ainsi, dans le futur, la conception d'algorithmes de traitement du signal pour des systèmes de plus en plus coopératifs entre eux, allant jusqu'à un système intelligent s'adaptant à son environnement, semble être un point incontournable. Les compétences développées ces dernières années (outils Bayésiens, traitements utilisant la diversité spatiale ou spectrale, traitements non linéaires dont les représentations parcimonieuses) ainsi que les compétences complémentaires de mon groupe de recherche SCAN, récemment rassemblé géographiquement sur un même site, pourront être une base pour le développement de tels traitements.

Troisième partie

Annexe

Ci-après sont données quelques publications illustratives des axes de recherche non-développés dans ce manuscrit :

- Traitements adaptatifs multivoies en milieu incertain :
 - Estimation de matrice de covariance en milieu hétérogène [\[5\]](#)*
 - Prise en compte des incertitudes sur le vecteur de pointage d'un réseau d'antennes [\[6\]](#)*
- Déconvolution robuste en imagerie ultrasonore :
 - Estimation conjointe de la réflectivité et de la fonction d'étalement [\[19\]](#)*

Bibliographie

- [43] T. J. Abatzoglou and G. O. Gheen, “Range, radial velocity, and acceleration MLE using radar LFM pulse train,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 34, no. 4, pp. 1070–1084, Oct. 1998.
- [44] Y. I. Abramovich, N. K. Spencer, and M. D. E. Turley, “Time-varying autoregressive (TVAR) models for multiple radar observations,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, no. 4, pp. 1298–1311, Apr. 2007.
- [45] S. Aguirre and W. J. Hurd, “Design and performance of sampled data loops for subcarrier and carrier tracking,” Jet Propulsion Laboratory, Tech. Rep., Jul. 1984.
- [46] D. L. Alspach and H. W. Sorenson, “Nonlinear Bayesian estimation using Gaussian sum approximations,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 17, no. 4, pp. 439–448, Aug. 1972.
- [47] B. D. O. Anderson and J. B. Moore, *Optimal Filtering*. Englewoods Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, 1979.
- [48] L. Anitori, A. Maleki, M. Otten, R. G. Baraniuk, and P. Hoogeboom, “Design and analysis of compressed sensing radar detectors,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 4, pp. 813–827, Feb. 2013.
- [49] L. Anitori, M. Otten, W. van Rossum, A. Maleki, and R. Baraniuk, “Compressive CFAR detection,” in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, Atlanta, GA, May 7–11, 2012.
- [50] G. Ascheid and H. Meyr, “Cycle slips in phase-locked loops : a tutorial survey,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 30, pp. 2228–2241, Oct. 1982.
- [51] C. D. Austin, E. Ertin, J. N. Ash, and R. L. Moses, “On the relation between sparse reconstruction and parameter estimation with model order selection,” *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 4, no. 3, pp. 560–570, Jun. 2010.
- [52] C. D. Austin, R. L. Moses, J. N. Ash, and E. Ertin, “On the relation between sparse sampling and parameter estimation,” in *Proceedings Digital Signal Processing Workshop and 5th IEEE Signal Processing Education Workshop*, Jan. 4–7, 2009, pp. 387–392.
- [53] B. Babadi, N. Kalouptsidis, and V. Tarokh, “Asymptotic achievability of the Cramér-Rao bound for noisy compressive sampling,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 3, pp. 1233–1236, Mar. 2009.
- [54] S. D. Babacan, S. Nakajima, and M. N. Do, “Bayesian group-sparse modeling and variational inference,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 62, no. 11, pp. 2906–2921, June 2014.

-
- [55] S. D. Babacan, R. Molina, and A. K. Katsaggelos, "Bayesian compressive sensing using Laplace priors," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 19, no. 1, pp. 53–63, Jan. 2010.
 - [56] R. G. Baraniuk, V. Cevher, M. F. Duarte, and C. Hegde, "Model-based compressive sensing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 56, no. 4, pp. 1982–2001, Apr. 2010.
 - [57] E. W. Barankin, "Locally best unbiased estimates," *Ann. Math. Statist.*, vol. 20, pp. 477–501, 1949.
 - [58] E. J. Barlow, "Doppler radar," *Proceedings of the IRE (Institute of Radio Engineers)*, vol. 37, no. 4, pp. 340–355, Apr. 1949.
 - [59] A. Basarab, H. Liebgott, F. Morestin, A. Lyshchik, T. Higashi, R. Asato, and P. Delachartre, "A method for vector displacement estimation with ultrasound imaging and its application for thyroid nodular disease," *Medical Image Analysis*, vol. 12, no. 3, pp. 259 – 274, 2008.
 - [60] A. L. Beam, S. K. Ghosh, and J. Doyle, "Fast Hamiltonian Monte-Carlo using GPU computing," *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 2015.
 - [61] A. Beck and M. Teboulle, "A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems," *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 2, no. 1, pp. 183–202, 2009.
 - [62] A. Becker and F. Le Chevalier, "Wideband coherent airborne radar systems : performances for moving target detection," in *Proceedings International Conference on Radar*, 2001, pp. 146–149.
 - [63] Z. Ben-Haim and Y. C. Eldar, "The Cramér-Rao bound for estimating a sparse parameter vector," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 58, no. 6, pp. 3384–3389, Jun. 2010.
 - [64] Z. Ben-Haim, Y. C. Eldar, and M. Elad, "Coherence-based performance guarantees for estimating a sparse vector under random noise," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 10, pp. 5030–5043, Oct. 2010.
 - [65] C. Berger, S. Zhou, and P. Willett, "Signal extraction using compressed sensing for passive radar with OFDM signals," in *Proc. International conf. on Information Fusion*, June 30–July 3 2008, pp. 1–6.
 - [66] B. N. Bhaskar, G. Tang, and B. Recht, "Atomic norm denoising with applications to line spectral estimation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 23, pp. 5987–5999, Dec. 2013.
 - [67] P. J. Bickel and E. Levina, "Regularized estimation of large covariance matrices," *The Annals of Statistics*, vol. 36, no. 1, pp. 199–227, 2008.
 - [68] B. J. B. and L. J. F., "Multifrequency measurements of radar ground clutter at 42 sites," MIT Lincoln Laboratory, Tech. Rep., Nov. 1991.
 - [69] C. M. Bishop, *Pattern Recognition and Machine Learning*. New York : Springer Verlag, 2006.
 - [70] W. D. Blair, "Radar tracking algorithms," in *Principle of Modern Radar. Basic Principles*, M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, Eds. SciTech Publishing, 2010, ch. 19, pp. 713–772.

-
- [71] T. Blumensath and M. E. Davies, "Iterative hard thresholding for compressed sensing," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 27, no. 3, pp. 265–274, Nov. 2009.
 - [72] J. M. Bioucas Dias, V. Katkovnik, and J. Astola, "Multi-frequency phase unwrapping from noisy data : adaptive local maximum likelihood approach," in *Image Analysis*, ser. Lecture Notes in Computer Science, A.-B. Salberg, J. Hardeberg, and R. Jenssen, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2009, vol. 5575, pp. 310–320.
 - [73] S. Brunt, M. Darnell, and M. Grayson, "Cycle-slipping probability of first-order phase-locked loop using transient analysis," *Communications, IEE Proceedings-*, vol. 144, no. 5, pp. 357–360, Oct. 1997.
 - [74] J. M. Bioucas Dias and J. M. N. Leitão, "InSAR phase unwrapping : a Bayesian approach," in *IEEE Int. Geoscience and Remote Sensing Symp.*, vol. 1, 2001, pp. 396–400.
 - [75] E. J. Candès and C. Fernandez-Granda, "Super-resolution from noisy data," *J. Fourier Anal. Appl.*, vol. 19, no. 6, pp. 1229–1254, 2013.
 - [76] —, "Towards a mathematical theory of super-resolution," *Commun. Pure Appl. Math.*, vol. 67, no. 6, pp. 906–956, 2014.
 - [77] E. J. Candès, "The restricted isometry property and its implications for compressed sensing," *Compte Rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 346, no. 9-10, pp. 589–592, 2008.
 - [78] E. J. Candès and M. B. Wakin, "An introduction to compressive sampling," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 21–30, Mar. 2008.
 - [79] E. Candès, J. Romberg, and T. Tao, "Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements," *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 59, no. 8, pp. 1207–1223, 2006.
 - [80] J. Capon, "Maximum-likelihood spectral estimation," in *Nonlinear methods of spectral analysis*, S. Haykin, Ed. New-York : Springer-Verlag, 1983.
 - [81] —, "High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," *Proceedings of the IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 1408–1418, Aug. 1969.
 - [82] C. S. Carrano, K. M. Groves, W. J. McNeil, and P. H. Doherty, "Scintillation characteristics across the GPS frequency band," in *International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation*, Nashville, TN, Sep. 17-21, 2012.
 - [83] V. Cevher, M. F. Duarte, C. Hedge, and R. G. Baraniuk, "Sparse signal recovery using Markov random fields," in *Proceedings of the Workshop on Neural Information Processing Systems (NIPS)*, Vancouver, Dec. 2008.
 - [84] V. Chandrasekaran, B. Recht, P. A. Parrilo, and A. S. Willsky, "The convex geometry of linear inverse problems," *Found. Comput. Math.*, vol. 12, pp. 805–849, 2012.
 - [85] J. Chapin, "Shared Spectrum Access for Radar and Communications (SSPARC)," in *Panel discussions : IEEE International Radar Conference*, Washington, DC, May 12, 2015.
 - [86] W. Chappell, "DARPA lab experiments that will alter future radar," in *Plenary Talk - IEEE International Radar Conference*, Washington, DC, May 12, 2015.
 - [87] F. Charles and W. Lindsey, "Some analytical and experimental phase-locked loop results for low signal-to-noise ratios," *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, no. 9, pp. 1152–1166, Sep. 1966.

-
- [88] Y. Chen and Y. Chi, "Robust spectral compressed sensing via structured matrix completion," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 60, no. 10, pp. 6576–6601, Oct. 2014.
 - [89] Y. Cheng, X. Wang, T. Caelli, X. Li, and B. Moran, "On information resolution of radar systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 48, no. 4, pp. 3084–3102, Oct. 2012.
 - [90] Q. Cheng, R. Chen, and T. H. Li, "Simultaneous wavelet estimation and deconvolution of reflection seismic signals," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 34, no. 2, pp. 377–384, Mar. 1996.
 - [91] Y. Chengyou, X. Shanjia, and W. Dongjin, "Performance analysis of the estimation of time delay and Doppler stretch by wideband ambiguity function," in *Proc. Int. Conf. on Microwave and Millimeter Wave Technology*, 1998, pp. 452–455.
 - [92] Y. Chi, L. L. Scharf, A. Pezeshki, and A. R. Calderbank, "Sensitivity to basis mismatch in compressed sensing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, no. 5, pp. 2182–2195, May 2011.
 - [93] J. Y. N. Cho and M. E. Weber, "Terminal Doppler weather radar enhancements," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, Washington, DC, May 10-14, 2010, pp. 1245–1249.
 - [94] E. Conte and M. Longo, "Characterization of radar clutter as a spherically invariant random process," *IEE Proceedings F : Communications Radar and Signal Processing*, vol. 134, pp. 191–197, Apr. 1987.
 - [95] S. Contreras, "Ultrasound image enhancement : A review," *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 7, no. 5, pp. 419–428, Sep. 2012.
 - [96] J. W. Cooley and J. W. Tukey, "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series," *Mathematics of Computation*, vol. 19, no. 90, pp. 297–301, Apr. 1965.
 - [97] G. Z. Dai and J. M. Mendel, "Maximum a posteriori estimation of multichannel Bernoulli-Gaussian sequences," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 35, no. 1, pp. 181–183, Jan. 1989.
 - [98] M. A. Davenport and M. B. Wakin, "Compressive sensing of analog signals using discrete Prolate spheroidal sequences," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 33, pp. 438–472, 2012.
 - [99] P. G. Davis and E. J. Hughes, "Medium PRF set selection using evolutionary algorithms," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 38, no. 3, pp. 933–939, Jul. 2002.
 - [100] E. de Jong and R. Pribić, "Sparse signal processing on estimation grid with constant information distance applied in radar," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, no. 1, 2014.
 - [101] A. De Maio, A. Farina, and G. Foglia, "Knowledge-aided Bayesian radar detectors and their application to live data," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 46, no. 1, pp. 170–183, Jan. 2010.
 - [102] R. A. DeVore, "Nonlinear approximation," *Acta Numerica*, pp. 51–150, 1998.

-
- [103] N. Dobigeon, A. O. Hero, and J.-Y. Tournet, "Hierarchical Bayesian sparse image reconstruction with application to MRFM," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 18, no. 9, pp. 2059–2070, Sep. 2009.
 - [104] D. L. Donoho, A. Maleki, and A. Montanari, "Message-passing algorithms for compressed sensing," *Proc. National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 106, no. 45, pp. 18 914–18 919, 2009.
 - [105] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, pp. 1289–1306, Apr. 2006.
 - [106] N. O'Donoughue and J. M. F. Moura, "On the product of independent complex Gaussians," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 3, pp. 1050–1063, Mar. 2012.
 - [107] D. Droeschel, D. Holz, and S. Behnke, "Multi-frequency phase unwrapping for time-of-flight cameras," in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on*, 2010, pp. 1463–1469.
 - [108] M. F. Duarte and R. G. Baraniuk, "Spectral compressive sensing," *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, vol. 35, pp. 111–129, 2013.
 - [109] Y. C. Eldar and M. Mishali, "Robust recovery of signals from a structured union of subspaces," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 55, no. 11, pp. 5302–5316, Nov. 2009.
 - [110] Y. Eldar and M. Mishali, "Blind multi-band signal reconstruction : compressed sensing for analog signals," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 3, pp. 993–1009, 2009.
 - [111] J. H. G. Ender, "On compressive sensing applied to radar," *Signal Processing*, vol. 90, no. 5, pp. 1402–1414, May 2010.
 - [112] J. C. Estrada, M. Servin, and J. A. Quiroga, "Noise robust linear dynamic system for phase unwrapping and smoothing," *Opt. Express*, vol. 19, no. 6, pp. 5126–5133, Mar. 2011.
 - [113] G. Eynard, "Techniques de synchronisation pour les communications acoustiques sous-marines," Ph.D. dissertation, École Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne, 2008.
 - [114] J. Euzière, R. Guinvarc'h, M. Lesturgie, B. Uguen, and R. Gillard, "Dual function radar communication time-modulated array," in *Proceedings International Radar Conference*, Lille, Oct. 13–17, 2014.
 - [115] A. C. Fannjiang and W. Liao, "Coherence-pattern guided compressive sensing with unresolved grids," *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 5, pp. 179–202, Jun. 2012.
 - [116] A. Farina and F. A. Studer, "Detection with high resolution radar : great promise, big challenge," *Microwave Journal*, vol. 34, no. 5, pp. 223–273, May 1991.
 - [117] A. Ferrari, C. Bérenguer, and G. Alengrin, "Doppler ambiguity resolution using multiple PRF," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 33, no. 3, pp. 738–751, Jul. 1997.
 - [118] M. A. T. Figueiredo, "Adaptive sparseness for supervised learning," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 25, no. 9, pp. 1150–1159, Sep. 2003.

-
- [119] A. Fraysse and T. Rodet, "A measure-theoretic variational Bayesian algorithm for large dimensional problems," *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 7, no. 4, pp. 2591–2622, 2014.
 - [120] S. Foucart, "A note on guaranteed sparse recovery via ℓ_1 -minimization," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 29, no. 1, pp. 97 – 103, 2010.
 - [121] P. P. Gandhi and S. A. Kassam, "Analysis of CFAR processors in homogeneous background," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 24, no. 4, pp. 427–445, Jul. 1988.
 - [122] Y. Gao, "What is precise point positioning (PPP), and what are its requirements advantages and challenges," *Inside GNSS magazine*, vol. 1, no. 8, pp. 16–18, November-December 2006.
 - [123] Z. Geng, H. Deng, and B. Himed, "Adaptive radar beamforming for interference mitigation in radar-wireless spectrum sharing," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22, no. 4, pp. 484–488, April 2015.
 - [124] C. Gernot, K. O’Keefe, and G. Lachapelle, "Assessing three new GPS combined L1/L2C acquisition methods," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 47, no. 3, pp. 2239 –2247, july 2011.
 - [125] C. Gernot, K. O’Keefe, and G. Lachapelle, "Combined L1/L2 Kalman filter-based tracking scheme for weak signal environments," *GPS Solutions*, vol. 15, no. 4, pp. 403–414, 2011.
 - [126] C. Gernot, "Development of combined GPS L1/L2C acquisition and tracking methods for weak signals environments," Ph.D. dissertation, University of Calgary, 2009.
 - [127] F. Gini, A. Farina, and M. Greco, "Selected list of references on radar signal processing," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 1, pp. 329–359, Jan. 2001.
 - [128] J.-F. Giovannelli, J. Idier, R. Boubertakh, and A. Herment, "Unsupervised frequency tracking beyond the Nyquist frequency using Markov chains," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 12, pp. 2905–2914, Dec. 2012.
 - [129] S. J. Godsill and P. J. W. Rayner, "Statistical reconstruction and analysis of autoregressive signals in impulsive noise using the Gibbs sampler," *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, vol. 6, no. 4, pp. 352–372, Jul. 1998.
 - [130] N. A. Goodman and L. C. Potter, "Pitfalls and possibilites of radar compressive sensing," *Applied Optics*, vol. 54, no. 8, pp. C1–C13, Mar. 2015.
 - [131] G. Grenier, "Les enjeux de l’agriculture de précision," in *Proc. Agriculture V3.0 & Géolocalisation – Automatismes et Innovations pour l’Agriculture de Précision*, Toulouse, Apr. 8, 2014. [Online]. Available : www.guide-gnss.net/contenuguide/uploads/2014/01/140408-09H00-AGR
 - [132] A. Gretsistas and M. D. Plumbley, "An alternating descent algorithm for the off-grid DoA estimation problem with sparsity constraints," in *Proc. of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2012)*, 2012, pp. 874–878.
 - [133] H. Griffiths and C. Baker, "Towards the intelligent adaptive radar network," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, April 29-May 3, 2013, pp. 1–5.

-
- [134] H. Griffiths, "Multistatic, MIMO and networked radar : The future of radar sensors?" in *Proceedings European Radar Conference (EURAD)*, Sep. 2010, pp. 81–84.
 - [135] Y. Guzel, M. Almutiry, L. Lo Monte, A. Nassib, M. Saville, and M. Wicks, "Spectral and spatial diversity measurements in the Mumma Radar Lab," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, May 2015, pp. 1730–1733.
 - [136] E. T. Hale, W. Yin, and Y. Zhang, "Fixed-point continuation for ℓ_1 -minimization : Methodology and convergence," *SIAM J. Optim.*, vol. 19, no. 3, pp. 913–924, 2008.
 - [137] A. Hassanien, M. G. Amin, Y. D. Zhang, and F. Ahmad, "A dual function radar-communications system using sidelobe control and waveform diversity," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, Washington, DC, May 11-15, 2015.
 - [138] P. Henkel, K. Giger, and C. Guenther, "Multifrequency, multisatellite vector phase-locked loop for robust carrier tracking," *IEEE J. Select. Topics Signal Processing*, vol. 3, no. 4, pp. 674–681, Aug. 2009.
 - [139] M. A. Herman and T. Strohmer, "General deviants : An analysis of perturbations in compressed sensing," *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 4, no. 2, pp. 342–349, Apr. 2010.
 - [140] D. Hess, "Cycle slipping in a first-order phase-locked loop," *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. 16, no. 2, pp. 255–260, April 1968.
 - [141] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. Cambridge : Cambridge University Press, 1985.
 - [142] J. A. Högbom, "Aperture synthesis with a non-regular distribution of interferometer baselines," *Astronomy and Astrophysics Suppl.*, vol. 15, pp. 417–426, 1974.
 - [143] L. Hu, J. Zhou, Z. Shi, and Q. Fu, "A fast and accurate reconstruction algorithm for compressed sensing of complex sinusoids," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 22, pp. 5744–5754, Nov. 2013.
 - [144] L. Hu, Z. Shi, J. Zhou, and Q. Fu, "Compressed sensing of complex sinusoids : An approach based on dictionary refinement," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 7, pp. 3809–3822, Jul. 2012.
 - [145] K.-W. Huang, M. Bică, U. Mitra, and V. Koivunen, "Radar waveform design in spectrum sharing environment : coexistence and cognition," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, Washington, DC, May 11-15, 2015.
 - [146] D. E. Iverson, "Coherent processing of ultra-wideband radar signals," *Proc. IEE Radar, Sonar Navig.*, vol. 141, no. 3, pp. 171–179, Jun. 1994.
 - [147] P. Jacob, C. Roberts, and M. Smith, "Using parallel computation to improve independent Metropolis-Hastings," *Journal of Computational and Graphical Statistics*, vol. 20, pp. 1–18, 2010.
 - [148] R. Jagannath and K. V. S. Hari, "Block sparse estimator for grid matching in single snapshot DoA estimation," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 20, no. 11, November 2013.
 - [149] M. Jamil, H. Zepernick, and M. Pettersson, "On integrated radar and communication systems using Oppermann sequences," in *IEEE Military Communications Conference (MILCOM)*, Nov 2008, pp. 1–6.

-
- [150] J. A. Jensen, "A model for the propagation and scattering of ultrasound in tissue," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 89, no. 1, pp. 182–191, 1991.
 - [151] S. Ji, Y. Xue, and L. Carin, "Bayesian compressive sensing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 6, pp. 2346–2356, Jun. 2008.
 - [152] N. Jiang, R. Wu, and J. Li, "Super resolution feature extraction of moving targets," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 3, pp. 781–793, Jul. 2001.
 - [153] N. Jiang and J. Li, "Multiple moving target feature extraction for airborne HRR radar," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 4, pp. 1254–1266, Oct. 2001.
 - [154] Q. Jin, K. M. Wong, and Z.-Q. Luo, "The estimation of time delay and Doppler stretch of wideband signals," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, no. 4, pp. 904–916, Apr. 1995.
 - [155] D. H. Johnson and D. E. Dudgeon, *Array Signal Processing, Concepts and Techniques*, ser. Signal Processing, A. Oppenheim, Ed. Prentice Hall, 1993.
 - [156] A. Jung, S. Schmutzhard, F. Hlawatsch, Z. Ben-Haim, and Y. C. Eldar, "Minimum variance estimation of a sparse vector within the linear Gaussian model : An RKHS approach," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 60, no. 10, pp. 6555–6575, Oct. 2014.
 - [157] E. D. Kaplan and C. J. Hegarty, Eds., *Understanding GPS : Principles and Applications*, 2nd ed. Artech House, 2006.
 - [158] S. Kay and F. Cogun, "Integrated sensor detection/localization for multi-source data," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, May 2014, pp. 0708–0711.
 - [159] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Estimation Theory*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1993.
 - [160] —, *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Detection Theory*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1998.
 - [161] B. M. Keel, "Constant false alarm rate detectors," in *Principle of Modern Radar. Basic Principles*, M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, Eds. SciTech Publishing, 2010, pp. 589–623.
 - [162] J. J. Kormylo and J. M. Mendel, "Maximum likelihood detection and estimation of Bernoulli-Gaussian processes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, no. 3, pp. 482–488, May 1982.
 - [163] O. A. Krasnov, G. P. Babur, Z. Wang, L. P. Ligthart, and F. van der Zwan, "Basics and first experiments demonstrating isolation improvements in the agile polarimetric FM-CW radar - PARSAX," *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, vol. 2, no. Special Issue 3–4, pp. 419–428, Aug. 2010.
 - [164] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 67–94, Jul. 1996.
 - [165] G. Lachapelle, M. Petovello, Y. Gao, and L. Garin, "Precise point positioning and its challenges, aided-GPS and signal tracking," *Inside GNSS*, November-December 2006.

-
- [166] P. Lacomme, J.-C. Marchais, J.-P. Hardange, and E. Normant, *Air and Spaceborne Radar Systems : An Introduction*. Norwich, NY : William Andrew Scitech Publishing, 2001.
 - [167] E. G. Larsson, J. Li, and P. Stoica, “High-resolution nonparametric spectral analysis : theory and applications,” in *High-resolution and robust signal processing*, Y. Hua, A. Gershman, and Q. Cheng, Eds. CRC Press, 2013, pp. 153–253.
 - [168] F. Le Chevalier, *Principles of Radar and Sonar Signal Processing*. Norwood, MA : Artech House, 2002.
 - [169] —, “Radar non ambigü à large bande,” French Patent 9 608 509, 1996.
 - [170] J.-J. Fuchs and F. Le Chevalier, “Détection d’une cible mobile en présence de fouillis à l’aide d’un radar large bande,” in *Proc. GRETSI*, Vannes, Sep. 1999, pp. 531–534.
 - [171] J.-S. Lee, A. Miller, and K. Hoppel, “Statistics of phase difference and product magnitude of multi-look processed Gaussian signals,” *Waves in Random Media*, vol. 4, no. 3, pp. 307–319, 1994.
 - [172] J. M. N. Leitão and J. M. F. Moura, “Acquisition in phase demodulation : application to ranging in radar/sonar systems,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, no. 2, pp. 581–599, Apr. 1995.
 - [173] J. M. N. Leitão and M. A. T. Figueiredo, “Absolute phase image reconstruction : a stochastic nonlinear filtering approach,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 7, no. 6, pp. 868–882, Jun. 1998.
 - [174] M. A. Lexa, M. E. Davies, and J. S. Thompson, “Reconciling compressive sampling systems for spectrally-sparse continuous-time signals,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 1, pp. 155–171, 2012.
 - [175] Y. Li, T. Zeng, T. Long, and Z. Wang, “Range migration compensation and Doppler ambiguity resolution by Keystone transform,” in *Proceedings International Conference on Radar*, Shanghai, Oct. 16-19, 2006, pp. 1–4.
 - [176] H. Li, J. Li, and P. Stoica, “Performance analysis of forward-backward matched-filterbank spectral estimators,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, pp. 1954–1966, Jul. 1998.
 - [177] J. Li and P. Stoica, “An adaptive filtering approach to spectral estimation and SAR imaging,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, no. 6, pp. 1469–1484, Jun. 1996.
 - [178] J. Li, B. Halder, P. Stoica, M. Viberg, and T. Kailath, “Decoupled maximum likelihood angle estimation for signals with known waveforms,” Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, Tech. Rep. CTH-TE-8, Feb. 1994.
 - [179] W. Lindsey and C. M. Chie, “A survey of digital phase-locked loops,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 69, no. 4, pp. 410–431, April 1981.
 - [180] —, “Acquisition behavior of a first-order digital phase-locked loop,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 26, no. 9, pp. 1364–1370, Sep 1978.
 - [181] D. C. Lush and D. A. Hudson, “Resolution analysis of large time-bandwidth radars for non-uniform target motion,” in *Proceedings International Conference Radar*, Oct. 1992, pp. 407–410.

-
- [182] ———, “Ambiguity function analysis of wideband radars,” in *Proc. 1991 IEEE National Radar Conf.*, Los Angeles, CA, USA, Mar. 12–13, 1991, pp. 16–20.
 - [183] A. Maleki, L. Anitori, Z. Yang, and R. Baraniuk, “Asymptotic analysis of complex LASSO via complex approximate message passing (CAMP),” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 59, no. 7, pp. 4290–4308, Jul. 2013.
 - [184] D. Malioutov, M. Cetin, and A. S. Willsky, “A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 8, pp. 3010–3022, Aug. 2005.
 - [185] M. Stéphane, *A Wavelet Tour of Signal Processing (Third Edition)*, 3rd ed. Boston : Academic Press, 2009.
 - [186] K. V. Mardia and P. E. Jupp, *Directional Statistics*, ser. Probability and Statistics. Wiley, 2000.
 - [187] S. Maria and J.-J. Fuchs, “Application of the global matched filter to STAP data an efficient algorithmic approach,” in *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 4, May 2006, pp. IV–IV.
 - [188] B. M. McCoy and T. T. Wu, *The two-dimensional Ising model*. Harvard University Press, 1973.
 - [189] F. Le Chevalier, “Space-time coding for active antenna systems,” in *Principle of Modern Radar. Advanced Techniques*, W. L. Melvin and J. A. Scheer, Eds. Edison, NJ : SciTech Publishing, 2013, ch. 11, pp. 499–258.
 - [190] W. L. Melvin and J. A. Scheer, “Overview : Advanced techniques in modern radar,” in *Principle of Modern Radar. Advanced Techniques*, W. L. Melvin and J. A. Scheer, Eds. Edison, NJ : SciTech Publishing, 2013, ch. 1, pp. 1–16.
 - [191] M. Mishali and Y. Eldar, “Sub-Nyquist sampling,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 28, no. 6, pp. 98–124, 2011.
 - [192] T. J. Mitchell and J. J. Beauchamp, “Bayesian variable selection in linear regression,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 83, no. 404, pp. 1023–1032, 1988.
 - [193] B. Moghaddam, Y. Weiss, and S. Avidan, “Spectral bounds for sparse PCA : exact and greedy algorithms,” in *Advances in Neural Information Processing Systems*. Cambridge, MA : MIT Press, 2006, pp. 915–922.
 - [194] A. R. Moore, “Practical phased array radar system design (capability versus compromise),” Tutorial European Radar Conference, Manchester, Oct. 12, 2011.
 - [195] G. V. Morris and L. Harkness, Eds., *Airborne Pulse Doppler Radar*, 2nd ed. Boston : Artech House, 1996.
 - [196] J. Moura and A. Baggeroer, “Phase unwrapping of signals propagated under the Arctic ice crust : a statistical approach,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 36, no. 5, pp. 617–630, May 1988.
 - [197] O. M. Mubarak and A. G. Dempster, “Analysis of early late phase in single-and dual-frequency GPS receivers for multipath detection,” *GPS Solutions*, vol. 14, no. 4, pp. 381–388, 2010.

-
- [198] R. Neal, "MCMC using Hamiltonian dynamics," in *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*, S. Brooks, A. Gelman, G. Jones, and X.-L. Meng, Eds. Chapman & Hall/CRC Press, 2013, pp. 113–162.
 - [199] S. Ni and D. Sun, "Bayesian estimates for vector autoregressive models," *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 23, no. 1, Jan. 2005.
 - [200] R. Niazadeh, M. Babaie-Zadeh, and C. Jutten, "On the achievability of Cramér-Rao bound in noisy compressed sensing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 1, pp. 518–526, Jan 2012.
 - [201] R. Nitzberg, "Analysis of the arithmetic mean CFAR normalizer for fluctuating targets," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 44–47, Jan. 1978.
 - [202] C. O'Driscoll, "Generating carrier phase measurements," *Inside GNSS magazine*, vol. 5, no. 5, pp. 18–22, July-August 2010.
 - [203] E. Ollila, D. E. Tyler, V. Koivunen, and H. Vincent Poor, "Complex elliptically symmetric distributions : survey, new results and applications," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 11, pp. 5597–5625, Nov. 2012.
 - [204] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1989.
 - [205] J. D. Owens, M. Houston, D. Luebke, S. Green, J. Stone, and J. C. Phillips, "GPU computing," *Proceedings of the IEEE*, vol. 96, no. 5, pp. 879–899, May 2008.
 - [206] T. Pany, *Navigation Signal Processing for GNSS software receivers*. Norwood, MA : Artech House, 2010.
 - [207] T. Park and G. Casella, "The Bayesian Lasso," *Journal of the American Statistical Association*, pp. 681–686, Jun. 2008.
 - [208] J. T. Parker, M. A. Ferrara, and L. C. Potter, "Radar applications of sparse reconstruction and compressed sensing," in *Principle of Modern Radar. Advanced Techniques*, W. L. Melvin and J. A. Scheer, Eds. Edison, NJ : SciTech Publishing, 2013.
 - [209] J. T. Parker and L. C. Potter, "A Bayesian perspective on sparse regularization for STAP post-processing," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, Washington, DC, May 10–14, 2010, pp. 1471–1475.
 - [210] M. Pereyra, P. Schniter, E. Chouzenoux, J.-C. Pesquet, J.-Y. Tournieret, A. O. Hero, and S. McLaughlin, "Tutorial on stochastic simulation and optimization methods in signal processing," *submitted to IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2015. [Online]. Available : <http://arxiv.org/abs/1505.00273>
 - [211] R. P. Perry, R. C. DiPietro, and R. L. Fante, "Coherent integration with range migration using Keystone formatting," in *Proceedings IEEE Radar Conference*, Boston, MA, Apr. 17–20, 2007, pp. 863–868.
 - [212] —, "SAR imaging of moving targets," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 1, pp. 188–200, Jan. 1999.
 - [213] C. Peterson and J. R. Anderson, "A mean field theory learning algorithm for neural networks," *Complex Systems*, vol. 1, no. 5, pp. 995–1019, 1987.

-
- [214] N. Petrov and F. Le Chevalier, "Capon post-processing for wideband target detection," in *Proceedings International Radar Conference*, Lille, Oct. 13–17, 2014.
 - [215] —, "Wideband spectrum estimators for unambiguous target detection," in *Proceedings International Radar Symposium*, Dresden, Jun. 24–26, 2015.
 - [216] —, "Fast implementation of iterative adaptive approach for wideband unambiguous radar detection," in *Proceedings European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Nice, 31 August–4 September 2015.
 - [217] —, "Iterative adaptive approach for unambiguous wideband radar target detection," in *Proceedings European Radar Conference (EURAD)*, Paris, Sep. 6–11, 2015.
 - [218] L. C. Potter, E. Ertin, J. T. Parker, and M. Cetin, "Sparsity and compressed sensing in radar imaging," *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 1006–1020, Jun. 2010.
 - [219] R. Prasad and C. R. Murthy, "Cramér-Rao-type bounds for sparse bayesian learning," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 3, pp. 622–632, Feb. 2013.
 - [220] J. L. Prince and J. M. Links, *Medical imaging signals and systems*. Pearson Prentice Hall, 2006.
 - [221] S. Qaisar, "Performance analysis of Doppler aided tracking loops in modernized GPS receivers," in *Proceedings International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS)*, Savannah, GA, Sep. 2009, pp. 209–218.
 - [222] H. Rauhut and K. Schnass, "Compressed sensing and redundant dictionaries," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, no. 5, pp. 2210–2219, 2008.
 - [223] M. A. Richards, "Threshold detection of radar targets," in *Principle of Modern Radar. Basic Principles*, M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, Eds. SciTech Publishing, 2010, pp. 547–587.
 - [224] M. Riedl and L. C. Potter, "Knowledge-aided GMTI in a Bayesian framework," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, Washington, DC, May 11–15, 2015, pp. 1240–1243.
 - [225] A. Rietdorf, C. Daub, and P. Loeff, "Precise positioning in real-time using navigation satellites and telecommunication," in *Proc. Workshop on Positioning, Navigation and Communication (WPNC)*, Hannover, Germany, Mar. 16, 2006, pp. 123–128.
 - [226] A. W. Rihaczek and S. J. Hershkowitz, "Man-made target backscattering behavior : applicability of conventional radar resolution theory," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, no. 2, pp. 809–824, Apr. 1996.
 - [227] A. W. Rihaczek, *Principles of High-Resolution Radar*. Norwood, MA : Artech House, 1996.
 - [228] —, "Choice of burst number for blind-speed avoidance," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, pp. 778–781, Sep. 1973.
 - [229] B. Ristic, S. Arulampalam, and N. Gordon, *Beyond the Kalman Filter : Particle Filters for Tracking Applications*. Artech House, 2004.
 - [230] C. P. Robert and G. Casella, *Monte Carlo Statistical Methods*. New York, NY : Springer Science, 2004.

-
- [231] H. Rohling, "Radar CFAR thresholding in clutter and multiple target situations," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 19, no. 4, pp. 608–621, Jul. 1983.
 - [232] P. A. Roncagliolo and J. G. Garcia, "High dynamics and false lock resistant GNSS carrier tracking loops," in *Proceedings International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS)*, Fort Worth, TX, Sep. 2007, pp. 2364–2375.
 - [233] M. Rosenbaum and A. B. Tsybakov, "Sparse recovery under matrix uncertainty," *The Annals of Statistics*, vol. 38, no. 5, pp. 2620–2651, 2010.
 - [234] D. Ryter and H. Meyr, "Theory of phase tracking systems of arbitrary order : Statistics of cycle slips and probability distribution of the state vector," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 24, no. 1, pp. 1–7, Jan 1978.
 - [235] V. Sabio, "Revolutionizing radar : innovative solutions to counter unconventional threats," in *Plenary Talk - IEEE International Radar Conference*, Atlanta, GA, May 8, 2012.
 - [236] K. J. Sangston and K. R. Gerlach, "Coherent detection of radar targets in a non-Gaussian background," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 30, no. 2, pp. 330–340, Apr. 1994.
 - [237] R. Saruthirathanaworakun, J. Peha, and L. Correia, "Opportunistic sharing between rotating radar and cellular," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 30, no. 10, pp. 1900–1910, November 2012.
 - [238] L. L. Scharf and D. Lytle, "Signal detection in Gaussian noise of unknown level : An invariance application," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 17, no. 4, pp. 404–411, Jul. 1971.
 - [239] J. A. Scheer and W. A. Holm, "Introduction and radar overview," in *Principle of Modern Radar. Basic Principles*, M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, Eds. Raleigh, NC : SciTech Publishing, 2010, ch. 1, pp. 3–57.
 - [240] I. W. Selesnick, S. U. Pillai, K. Y. Li, and B. Himed, "Angle-Doppler processing using sparse regularization," in *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, March 2010, pp. 2750–2753.
 - [241] C. E. Shannon, "Communications in the presence of noise," *Proc. IRE*, vol. 37, pp. 10–21, Jan. 1949.
 - [242] S. P., P. L., and Z. J., "Fast Bayesian matching pursuit," in *Proceedings of the Workshop on Information Theory and Applications*, La Jolla, CA, Jan. 2008.
 - [243] B. Sklar, *Digital Communications, Fundamentals and Applications*. New Jersey : Prentice Hall, 1988.
 - [244] M. I. Skolnik, *Radar Handbook*, 3rd ed. McGraw-Hill, 2008.
 - [245] M. I. Skolnik, "Ultrawideband microwave-radar conceptual design," *IEEE Aerospace and Electronics Systems Magazine*, May 1995.
 - [246] M. I. Skolnik, *Radar Handbook*. New York, NY : The McGraw-Hill Companies, 1970.
 - [247] B. Slocumb and J. Kitchen, "A polynomial phase parameter estimation-phase unwrapping algorithm," in *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. iv, Apr. 1994, pp. IV/129–IV/132 vol.4.

-
- [248] V. Smídl and A. Quinn, “Variational Bayes filtering,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 10, pp. 5020–5030, Oct. 2008.
 - [249] V. Šmídl and A. Quinn, *The Variational Bayes Method in Signal Processing*. New York : Springer Verlag, 2006.
 - [250] M. Soumekh, *Fourier Array Imaging*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall, 1994.
 - [251] J. M. Speiser, “Wide-band ambiguity functions,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 13, no. 1, pp. 122–123, Jan. 1967.
 - [252] J. J. Spilker, “Fundamentals of signal tracking theory,” in *Global Positioning System : Theory and Applications*, B. W. Parkinson and J. J. Spilker, Eds., Washington, DC, 1996, vol. 1, ch. 7, pp. 245–327.
 - [253] S. Stephens and J. Thomas, “Controlled-root formulation for digital phase-locked loops,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 78–95, Jan. 1995.
 - [254] M. J. Steiner and K. Gerlach, “Fast converging adaptive canceller for a structured covariance matrix,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 36, no. 4, pp. 1115–1126, Oct. 2000.
 - [255] P. Stoica and P. Babu, “Sparse estimation of spectral lines : grid selection problems and their solutions,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 2, pp. 962–967, Feb. 2012.
 - [256] P. Stoica and N. Sandgren, “Cyclic minimizers, majoration techniques, and the expectation-maximization algorithm : a refresher,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 21, no. 1, pp. 112–114, Jan. 2004.
 - [257] P. Stoica, H. Li, and J. Li, “Amplitude estimation of sinusoidal signals : survey, new results and application,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, pp. 338–352, Feb. 2000.
 - [258] ———, “A new derivation of the APES filter,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 6, pp. 205–206, Aug. 1999.
 - [259] P. Stoica, A. Jakobsson, and J. Li, “Matched-filterbank interpretation of some spectral estimators,” *Signal Processing*, vol. 66, no. 1, pp. 45–59, 1998.
 - [260] M. A. Herman and T. Strohmer, “High-resolution radar via compressed sensing,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 6, pp. 2275–2284, Jun. 2009.
 - [261] K. Sun, H. Meng, Y. Wang, and X. Wang, “Direct data domain STAP using sparse representation of clutter spectrum,” *Signal Processing*, vol. 91, no. 9, pp. 2222 – 2236, 2011.
 - [262] T. L. Szabo, *Diagnostic ultrasound imaging : inside out*, ser. Biomedical Engineering Series. Elsevier Academic Press, 2004.
 - [263] Z. Tan, P. Yang, and A. Nehorai, “Joint sparse recovery method for compressed sensing with structured dictionary mismatches,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 62, no. 19, pp. 4997–5008, Oct. 2014.

-
- [264] Z. Tan and A. Nehorai, "Sparse direction of arrival estimation using co-prime arrays with off-grid targets," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 21, no. 1, January 2014.
 - [265] G. Tang, B. Bhaskar, P. Shah, and B. Recht, "Compressed sensing off the grid," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 59, no. 11, pp. 7465–7490, Nov. 2013.
 - [266] R. Tausworthe, "Cycle slipping in phase-locked loops," *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. 15, no. 3, pp. 417–421, June 1967.
 - [267] R. C. Tausworthe, "Simplified formula for mean cycle-slip time of phase-locked loops with steady-state phase error," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 20, no. 3, pp. 331–337, Jun 1972.
 - [268] R. Tibshirani, "Regression Shrinkage and Selection via the Lasso," *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 58, no. 1, pp. 267–288, 1996.
 - [269] P. Tichavsky, C. H. Muravichk, and A. Nehorai, "Posterior Cramér-Rao bounds for discrete-time non linear filtering," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 5, May 1998.
 - [270] R. Tigrek, W. J. A. De Heij, and P. Van Genderen, "OFDM signals as the radar waveform to solve Doppler ambiguity," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 48, no. 1, pp. 130–143, 2012.
 - [271] M. E. Tipping, "Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine," *Journal of Machine Learning Research*, vol. 1, Jun. 2001.
 - [272] L. C. Trintinalia and H. Ling, "Joint time-frequency ISAR using adaptive processing," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 2, pp. 221–227, Feb. 1997.
 - [273] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, 2007.
 - [274] J. A. Tropp, "Just relax : convex programming methods for identifying sparse signals in noise," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 3, pp. 1030–1051, Mar. 2006.
 - [275] —, "Greed is good : algorithmic results for sparse approximation," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 10, pp. 2231–2242, 2004.
 - [276] G. Trunk and S. Brockett, "Range and velocity ambiguity resolution," in *Proceedings IEEE National Radar Conference*, Lynnfield, MA, Apr. 20-22, 1993, pp. 146 – 149.
 - [277] J. Tsao and B. D. Steinberg, "Reduction of sidelobe and speckle artifacts in microwave imaging : the CLEAN technique," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 36, no. 4, pp. 543–556, Apr. 1988.
 - [278] E. Van den Berg and M. P. Friedlander, "Probing the Pareto frontier for basis pursuit solutions," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 31, no. 2, pp. 890–912, 2008.
 - [279] H. L. V. Trees, *Optimum array processing : Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory*. New York : John Wiley and Sons, Inc, 2002.
 - [280] B. D. V. Veen and K. M. Buckley, "Beamforming : a versatile approach to spatial filtering," *IEEE ASSP Magazine*, pp. 4–23, Apr. 1988.

-
- [281] M. Viberg, P. Stoica, and B. Ottersten, "Maximum likelihood array processing in spatially correlated noise fields using parameterized signals," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 4, Apr. 1997.
 - [282] A. Viterbi, "Phase-locked loop dynamics in the presence of noise by Fokker-Planck techniques," *Proceedings of the IEEE*, vol. 51, no. 12, pp. 1737–1753, Dec. 1963.
 - [283] H. Wang, J. Johnson, C. Baker, L. Ye, and C. Zhang, "On spectrum sharing between communications and air traffic control radar systems," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, Washington, DC, May 11-15, 2015.
 - [284] P. Wang, Z. Sahinoglu, M.-O. Pun, H. Li, and B. Himed, "Knowledge-aided adaptive coherence estimator in stochastic partially homogeneous environments," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 18, no. 3, pp. 193–196, Mar. 2011.
 - [285] P. Wang, H. Li, and B. Himed, "Knowledge-aided parametric tests for multichannel adaptive signal detection," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 12, pp. 5970–5982, Dec. 2011.
 - [286] L. S. Wang, J. P. . McGeehan, C. Williams, and A. Doufexi, "Application of cooperative sensing in radar-communications coexistence," *IET Communications*, vol. 2, no. 6, pp. 856–868, 2008.
 - [287] P. W. Ward, J. W. Betz, and C. J. Hegarty, "Satellite signal acquisition, tracking, and data demodulation," in *Understanding GPS. Principles and Applications*, 2nd ed., E. D. Kaplan and C. J. Hegarty, Eds. Artech House, 2006, ch. 5, pp. 153–241.
 - [288] J. Ward, "Space-time adaptive processing for airborne radar," Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Lexington, MA, Tech. Rep. 1015, Dec. 1994.
 - [289] G. White and M. D. Porter, "GPU accelerated MCMC for modeling terrorist activity," *Computational Statistics & Data Analysis*, vol. 71, no. 0, pp. 643 – 651, 2014.
 - [290] B. Widrow, P. E. Mantey, L. J. Griffiths, and B. B. Goode, "Adaptive antenna systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 55, no. 12, pp. 2143–2159, Dec. 1967.
 - [291] A. Wiesel, O. Bibi, and A. Globerson, "Time varying autoregressive moving average models for covariance estimation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 11, pp. 2791–2801, Jun. 2013.
 - [292] D. J. Wilkinson, "Parallel Bayesian computation," in *Handbook of Parallel Computing and Statistics*, E. J. Kontoghiorghes, Ed. Marcel Dekker/CRC Press, 2005, ch. 16, pp. 481–512.
 - [293] D. P. Wipf and B. D. Rao, "Sparse Bayesian learning for basis selection," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, no. 8, pp. 2153–2164, Aug. 2004.
 - [294] Q. Wu, Y. D. Zhang, M. G. Amin, and B. Himed, "Multi-task Bayesian compressive sensing exploiting intra-task dependency," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22, no. 4, pp. 430–434, Apr. 2015.
 - [295] Z. Yang and L. Xie, "On gridless sparse methods for line spectral estimation from complete and incomplete data," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 63, no. 12, pp. 3139–3153, Jun. 2015.

-
- [296] Z. Yang, L. Xie, and C. Zhang, "Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 1, pp. 38–43, Jan. 2013.
 - [297] L. Yu, H. Sun, J. P. Barbot, and G. Zheng, "Bayesian compressive sensing for cluster structured sparse signals," *Signal Processing*, vol. 92, no. 1, pp. 259 – 269, 2012.
 - [298] H. Yu, Z. Li, and Z. Bao, "A cluster-analysis-based efficient multibaseline phase-unwrapping algorithm," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 1, pp. 478–487, 2011.
 - [299] M. Yuan and Y. Lin, "Model selection and estimation in regression with groupes variables," *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 68, no. 1, pp. 49–67, 2006.
 - [300] D. M. Zasada, M. C. Arabadjis, and L. D. Tromp, "A cognitive perception/action cycle for a notional fighter radar," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, Arlington, VA, May 10-15, 2015.
 - [301] S.-S. Zhang, T. Zeng, T. Long, and H.-P. Yuan, "Dim target detection based on Keystone transform," in *Proceedings IEEE International Radar Conference*, May 9-12, 2005, pp. 889–894.
 - [302] Y. Zhang, Z. Ye, X. Xu, and N. Hu, "Off-grid DoA estimation using array covariance matrix and block-sparse Bayesian learning," *Signal Process.*, vol. 98, pp. 197–201, 2014.
 - [303] Y. Zheng, A. Fraysse, and T. Rodet, "Efficient variational Bayesian approximation method based on subspace optimization," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 24, no. 2, pp. 681–693, Feb. 2015.
 - [304] H. Zhen-Xing and W. Zheng, "Range ambiguity resolution in multiple PRF pulse Doppler radars," in *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1987, pp. 1786–1789.
 - [305] H. Zhu, G. Leus, and G. B. Giannakis, "Sparsity-cognizant total least-squares for perturbed compressive sampling," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 5, pp. 2002–2016, 2011.
 - [306] D. Zhu, Y. Li, and Z. Zhu, "A Keystone transform without interpolation for SAR ground moving-target imaging," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 4, no. 1, pp. 18–22, Jan. 2007.
 - [307] D. Zhu, Z. Zhu, and L. Wang, "SAR ground moving target imaging based on Keystone transform without interpolation," in *Proceedings International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Seoul, Korea, Jul. 25-29, 2005, pp. 2946–2948.
 - [308] W. Zhuang, "Performance analysis of GPS carrier phase observable," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, no. 2, pp. 754–767, Apr. 1996.
 - [309] N. I. Ziedan, "Multi-frequency combined processing for direct and multipath signals tracking based on particle filtering," in *Proc. Int. Tech. Meeting of The Satellite Division of the Inst. of Navigation*, Portland, OR, Sep. 2011, pp. 1090–1101.
 - [310] J. Zumberge, M. Heflin, D. Jefferson, M. Watkins, and F. Webb, "Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks," *Journal of Geophysical Research*, vol. 102, no. B3, pp. 5005–5017, 1997.

-
- [311] Direction Générale de l'Armement, "Politique et objectifs scientifiques," Édition 2010.
- [312] http://bibliotheques.isae.fr/fr/patrimoine/histoire_ensica.html.
- [313] http://www.esa.int/Our_Activities/Navigation/The_future_-_Galileo/Galileo_navigation_signals_and_frequencies.
- [314] <http://www.gps.gov/systems/gps/modernization/civilsignals/>.
- [315] <http://www.gps.gov/technical/icwg/#is-gps-200>.
- [316] <http://www.ixarm.com/-Recherche-et-Innovation->.
- [317] https://www.sdms.afrl.af.mil/index.php?collection=challenge_areas.
- [318] W. L. Melvin and J. A. Scheer, Eds., *Principle of Modern Radar. Advanced Techniques*. Edison, NJ : SciTech Publishing, 2013.
- [319] M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, Eds., *Principle of Modern Radar. Basic Principles*. Raleigh, NC : SciTech Publishing, 2010.